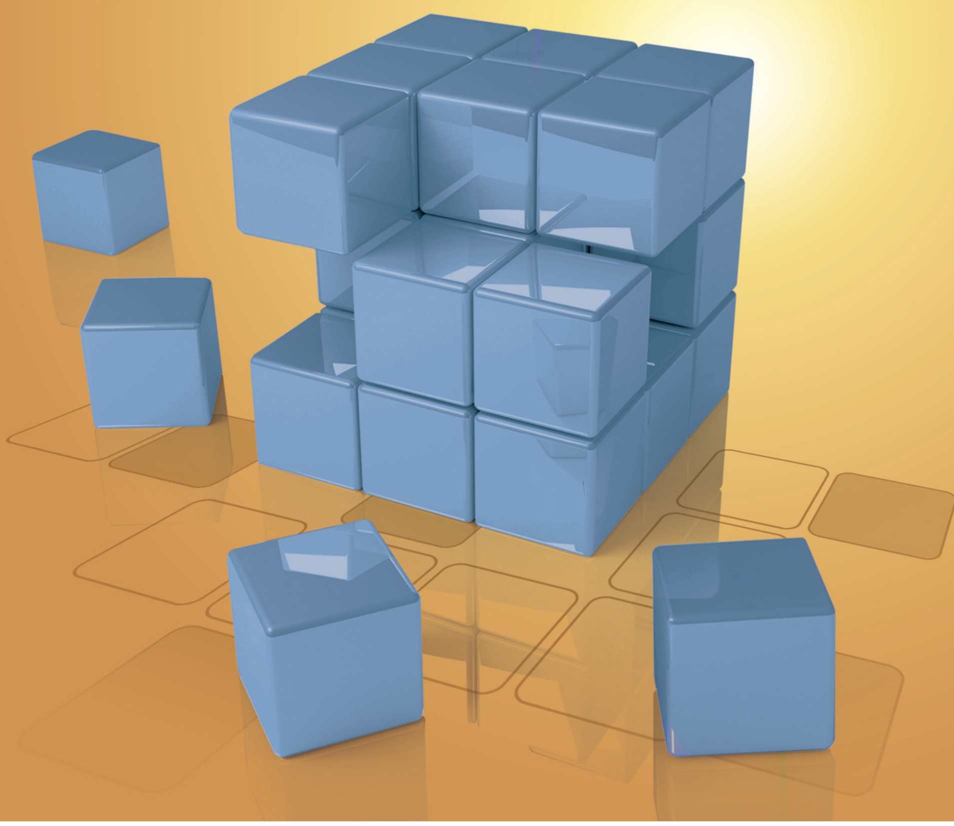
Álgebra

Actividades

Tercer grado
de Secundaria



Intelectum
EVOLUCIÓN

Editorial San Marcos

Lexicom

Álgebra
Libro de actividades
Tercer grado de Secundaria
Colección Intelectum Evolución

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Roger Urbano Lima

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición: 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2013-11993
ISBN: 978-612-313-054-1
Registro de Proyecto Editorial N.º 31501001300690

Impreso en Perú / *Printed in Peru*

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344

La Colección Intelectum Evolución para Secundaria ha sido concebida a partir de los lineamientos pedagógicos establecidos en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, además se alinea a los patrones y estándares de calidad aprobados en la Resolución Ministerial N.º 0304-2012-ED.
La divulgación de la Colección Intelectum Evolución se adecúa a lo dispuesto en la Ley 29694, modificada por la Ley N.º 29839, norma que protege a los usuarios de prácticas ilícitas en la adquisición de material escolar.
El docente y el padre de familia orientarán al estudiante en el debido uso de la obra.

Contenido

Unidad 1

RECUERDA

Del Ferro Scipione [c. 1465-1526].

Fue un matemático italiano, estudioso de las ecuaciones algebraicas, que contribuyó a solucionar las ecuaciones de tercer y cuarto grado, cuyos trabajos fueron publicados por Girolamo Cardano en su célebre *Ars Magna* (1545).

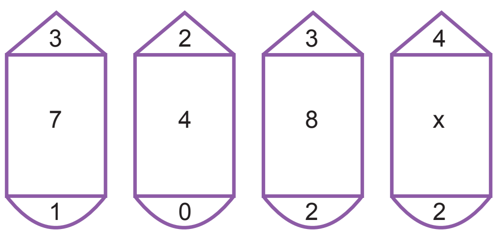
Fue profesor de la Universidad de Bolonia desde 1496 hasta su muerte. En 1515 descubrió la obtención de la raíz real de las ecuaciones de tercer grado sin término cuadrático, confiándoselo a su amigo Antonio María del Fiore. Este, una vez fallecido Del Ferro Scipione y con ocasión de una justa matemática en 1535, dio a conocer el descubrimiento como suyo a Tartaglia, con lo que despertó las sospechas del insigne matemático. El heredero de los manuscritos y la cátedra de Del Ferro, su yerno Aníbal Della Nave, dio a conocer a Cardano el trabajo de su antecesor.

Reflexiona

- *Para ayudarte a definir a dónde quieres ir en la vida, te aconsejo escribir una declaración de tu misión personal, una lista clara de tus objetivos, o ambas cosas, y considerarlas el mapa de carreteras de tu vida.*
- *La mayoría de la gente no sabe escuchar, lo que ocasiona una de las grandes frustraciones de la vida: sentirnos incomprendidos, que nadie parece entender nuestros problemas, nuestro dolor, nuestros deseos ni lo particular de nuestra situación.*
- *Escuchar no es solo estar callado, sino hacer un esfuerzo activo por entender al otro.*

¡Razona...!

Halla 2x.



A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 20

Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: TEORÍA DE EXPONENTES

1 Simplifica:

$$A = \frac{2^8 . 3^{12} . 4^7}{2^7 . 3^{11} . 4^6}$$

A) 30 B) 36 C) 38
D) 48 E) 24

2 Simplifica:

$$R = \frac{2^{20} . 3^{15} . 5^8}{2^{18} . 3^{13} . 5^6}$$

A) 240 B) 900 C) 300
D) 480 E) 520

3 Simplifica:

$$T = \frac{7^{n+22} - 7^{n+20}}{7^{n+21} + 7^{n+20}}$$

A) 5 B) 6 C) 4
D) 8 E) 10

4 Simplifica:

$$M = \frac{2^{n+13} + 2^{n+14}}{2^{n+14} + 2^{n+15}}$$

A) 2^{-1} B) 1 C) 2
D) 2^3 E) 2^4

5 Efectúa:

$$S = \frac{2^{x+4} - 2^{x+3}}{2^{x+2} - 2^{x+1}}$$

A) 2 B) 1 C) 3
D) $\frac{1}{2}$ E) 4

6 Reduce:

$$P = \frac{m^{26} . m^{20} . n^{40}}{m^{46} . n^{39}}$$

A) m B) mn C) n
D) m^2 E) m/n

7 Calcula:

$$E = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^{-2}$$

A) 3 B) 1 C) 2
D) 5 E) 4

8 Calcula:

$$R = \frac{15^6.12^4.5^9.6^3}{10^{11}.3^{13}.5^4}$$

A) 3 B) 2 C) 1
D) 5 E) 0

9 Determina el valor de x:

$$9^x = (3^1)^2 + (3^8)^3 - (3^2)^{12}$$

A) 1 B) 27 C) 9
D) 5 E) 8

10 Efectúa:

$$E = \frac{6^3.8^4.10^2.21^6}{9^3.12^3.14^4.16^2.35^2}$$

A) 4 B) 1/2 C) 1
D) 6 E) 1/6

11 Resuelve:

$$x^{x^{20}} = \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$$

A) $\sqrt[8]{2}$ B) $\sqrt[8]{\frac{1}{2}}$ C) $\sqrt[8]{3}$
D) $\sqrt[8]{\frac{1}{3}}$ E) $\sqrt[8]{3}$

12 Si: $x^{x^{3^{2^{-1}}}} = \sqrt{3}$

Calcula el valor de: $E = (x^4)^{\sqrt{3}}$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

13 Calcula:

$$E = \frac{2^{x+4} - 2^{x+3} - 2^{x+1}}{3(2^x)}$$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

14 Efectúa:

$$R = \frac{(3^2)^4.(3^3)^5.(3^7)^2}{3^{10}.3^{11}.3^{12}}$$

A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{81}$
D) 81 E) –81

Claves

1. E	3. B	5. E	7. B	9. A	11. A	13. C
2. B	4. A	6. C	8. C	10. B	12. B	14. D

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Escribe en cada recuadro el término que falta para llegar a la solución:

$$\frac{\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt{4}}}}{\sqrt[4]{4\sqrt[3]{64}}}$$

Empezamos el desarrollo desde la parte interna:

$$\frac{\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt{\square^2}}}}{\sqrt[4]{4\sqrt[3]{\square^3}}} = \frac{\sqrt[3]{4\sqrt{2.\square}}}{\sqrt[4]{4.\square}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{4\sqrt{\square^2}}}{\sqrt[4]{\square^4}} = \frac{\sqrt[3]{4.\square}}{\square} = \frac{\sqrt[3]{\square^3}}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$\therefore$ Solución: $\square$

2. **Relaciona** con una línea las expresiones con sus respectivas respuestas:

I. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

II. Si: $x^x = 3$
Halla: $x^{x^{x+1}}$

III. $\frac{3^{x+2} - 3^{x+1}}{3^{x+1} - 3^x}$

IV. $(x^{n+2}.x^{-2}.x^{-1})x$

- 3
- 27
- -1
- x^n
- -3
- -27
- 16
- -16

Razonamiento y demostración

3. Si $n^n = 4$, calcula: $n^{n^{n+1^{n+2^{n+3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{n+8}}}}}}}}$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 16 E) 256

4. Reduce: $A = 3^2 + (3^2)^3 - 27^2 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

5. Calcula: $M = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

A) -17 B) -16 C) -15 D) -14 E) -13

6. Calcula: $N = \frac{(3^8)^3}{(3^4)^5}$

A) 3 B) 9 C) 81 D) 243 E) 1

Resolución de problemas

7. Indica en qué intervalo se encuentra el valor de A:

$$A = \frac{3^{x+3} - 3^{x+1}}{3^{x+2} - 3^x}$$

A) $-15 \le A \le 0$ B) $17 \le A \le 20$ C) $1 \le A \le 2$
D) $-20 \le A \le 20$ E) $-15{,}9 \le A \le -14$

8. Determina la relación entre "m" y "n" si:

$$\frac{\left(\frac{m}{n}\right)^{m+n}}{\left(\frac{n}{m}\right)^{m+n}} = \sqrt{\left(\frac{m}{n}\right)^{m+n}}$$

A) $m + n = 1$ B) $m = 2n$ C) $m + n = 0$
D) $m = 3n$ E) $m + n = -1$

NIVEL 2

Comunicación matemática

9. Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si: $M = \frac{15^3.6^4}{9^3.4^2.125} \Rightarrow M = 4$ $\square$

II. Si: $W = \frac{2^{32}.5^{40}.7^{20}.3^{16}}{2^{31}.5^{38}.7^{19}.3^{15}} \Rightarrow W = 1051$ $\square$

III. Si: $Z = \frac{\left(\sqrt[1/m]{x}\right)^{n-p}.\sqrt[p^{-1}]{x^{m-n}}}{x^{-np}.x^{mn}}$; $m \neq n, p \neq 0 \Rightarrow Z = 1$ $\square$

Razonamiento y demostración

10. Si $x^x = 2$, halla:

$$E = x^{4x + x^{x+1}}$$

A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256

11. Si: $A = 7^{2^{-3^{-1}}}$; $B = 2^4$ y $C = \frac{1}{7}$

Calcula el valor de: $A^B.C$

A) 49 B) 14 C) 21 D) 7 E) 343

12. Calcula el valor de S:

$$S = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

A) 6,5 B) 5 C) 4,5 D) 3 E) 1

13. Calcula el valor de:

$$M = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 2\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^{0,5}$$

A) 2 B) 0,143 C) 7
D) 6 E) 2,828

14. Efectúa: $x^{-2}x^{-4}x^{-6}x^{-8}x^{-10}x^{-12}$

A) x^{-38} B) x^{-40} C) x^{-42}
D) x^{-22} E) x^{-24}

15. Simplifica: $M = \dfrac{5.6^5}{2^8 - 2^6 - 2^5}$

A) 243 B) 56 C) 64
D) 182 E) 35

16. Reduce:

$$(\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt[4]{4}).\frac{\sqrt{2}}{2}$$

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
D) 6 E) $\sqrt{3}$

Resolución de problemas

17. Si el exponente de "x" en: $\sqrt[a]{x^b\sqrt[a]{x^b}}$ es $\frac{1}{2}$, entonces indica el exponente de "x" en: $\sqrt[a^2]{(x^{a+1})^{2b}}$

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

18. Si el exponente de "x" en: $\sqrt[a]{\sqrt[a]{x^b\sqrt[a]{x^b}}}$ es 20, entonces determina el exponente de "x" en: $\sqrt[a^3]{(x^{a+1})^{5b}}$

A) –300 B) –200 C) 100
D) 200 E) 300

NIVEL 3

Comunicación matemática

19. Señala la verdad (V) o falsedad (F) de cada una de las siguientes proposiciones:

- Si $x > 0$; $(x^{-n})^2 . (x^2)^n = 1$ ( )
- $2(3^n) = 6^n$ ( )
- $(-2)^{2/5} . (-8)^{1/5} = 2$ ( )

20. Determina la tabla de verdad:

- $2^a . 2^b . 8 = 2^{a+b+3}$ ( )
- $\dfrac{3^{x-5}}{3^{x-2}} = 27$ ( )
- $2^{2^0} + 2^{-3^0} + 4^{-2^{-1}} = 3$ ( )

Razonamiento y demostración

21. Efectúa:

$$Y = \frac{2^{x+4} + 2^{x+3} - 2^{x+1}}{2^{x+3} - 2^{x+2}}$$

A) $\dfrac{11}{2}$ B) 5 C) 2
D) 1 E) $\dfrac{13}{2}$

22. Simplifica:

$$R = \frac{5.2^{x+2} - 2^{x+4} + 6.2^{x-1}}{2^{x+4} - 15.2^{-x-2}.2^{2x+2}}$$

A) 11 B) 10 C) 9
D) 8 E) 7

23. Si $x^x = 2$, calcula: $x^{2x^{1+2x}}$

A) 64 B) 72 C) 128
D) 256 E) 512

24. Si $2^{-x} = \dfrac{1}{3}$,

calcula: $(4^x)^2 + (8^x)^{\frac{1}{3}} + (16^x)^{\frac{1}{2}}$

A) 4 B) 40 C) 93
D) 100 E) 120

25. Efectúa:

$$\underbrace{(x^{99} + x^{99} + ... + x^{99})}_{99 \text{ veces}} \div \underbrace{(x.x...x)}_{99 \text{ veces}};\ x \neq 0$$

A) 1 B) 99 C) 18
D) x E) x^{99}

26. Simplifica:

$$k = \frac{20^2 . 32 . (21^3)^2}{45 . 12^3 . 98^2 . 49}$$

A) 120 B) 10 C) 30
D) 50 E) 60

27. Dada la sucesión:

$a_1 = \sqrt{2}$; $a_2 = \sqrt{2\sqrt{2}}$; $a_3 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$; ...

calcula:

$$R = \frac{a_{99} . a_{200}^2}{a_{100}^2 . a_{199}}$$

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ C) 1
D) 2 E) 1/2

Resolución de problemas

28. Si: $\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{5}$, calcula el exponente de "x" en:

$$\frac{\sqrt[4]{y^5}\sqrt[4]{y^3}(\sqrt[a]{x^6})^b}{\sqrt[10]{y^{20}}(\sqrt[2a]{x})^b(\sqrt[a]{x^3})^b}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

29. El exponente de "x" en: $\sqrt[a]{\dfrac{x^b\sqrt{x}}{\sqrt[c]{x}}}$ es 37.

Calcula el exponente de "x" en:

$$\sqrt[a]{\sqrt[b]{\sqrt[c]{\left(\frac{(x^c)^b}{x^{-c}x^b}\right)^7}}}$$

A) 258 B) 259 C) 260
D) 261 E) 262

30. Dadas las expresiones:

- $P = \sqrt{x^{x^{x+1}} + x^{x^{1+x^{1+x}}} + x^{2x}}$
- $Q = \sqrt{(x^x)^3 + (x^{x^{1+x}})^{x^x+1}}$

Si $x^x = 2$, calcula: $P \div Q$

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$ C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{\dfrac{1}{3}}$ E) $\sqrt{2}$

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	7. D	9.	15. A	19.	25. B
2.	8. C	10. C	16. D	20.	26. C
3. E		11. D	17. E	21. A	27. C
4. D		12. B	18. C	22. E	28. A
5. D		13. C		23. D	29. B
6. C		14. C		24. C	30. D

Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: POLINOMIOS

1 Si: R(x; y) es un polinomio homogéneo de grado 15 e idéntico a S(x; y).

$R(x; y) = \frac{5}{3}x^{2a+3}y^{3a+2} + \frac{3}{5}x^{7b}y^{2a-3}$

$S(x; y) = dx^m y^{m+n} + \left(c - \frac{7}{5}\right)x^{14}y^n$

Calcula: $\sqrt[3]{a + 2b + c}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

2 Si se cumple la condición: H(x) = Q(I(x))
Donde:

$H(x) = \frac{x+2}{x+3}$; $I(x) = \frac{1}{x}$

Determina: Q(x) y calcula: Q(10)

A) $\frac{1+2x}{1+3x}; \frac{21}{31}$ B) $\frac{3x+1}{2x+1}; \frac{21}{30}$ C) $\frac{1}{x}; 1$
D) $\frac{1+x}{1-x}; 1$ E) $\frac{2x-1}{3x-1}; -\frac{21}{30}$

3 De los polinomios idénticos:

$m^n x^{m+n} - (m-2n)x^m y^n + 2^{2^p} y^{m+n} = n^m x^{m+n} - 4nx^m y^n + 16^{4^{p+2}} y^{m+n}$

Determina: $B = n^5 + p$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

4 Sean los polinomios:

$G(x) = px^2 + (mp + 7n)x + mn^n$

$H(x) = 2x^2 + 2(m-7)x + m^2 + 1$

Cuya suma genera un polinomio de grado cero.
Determina: $(n + p)^{100}$

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

5 Determina el grado en:

$E(x; y; z) = \left(\sqrt[3]{\frac{xyz}{\sqrt[3]{xyz}}} \cdot \sqrt[6]{\frac{xyz}{\sqrt[3]{xyz}}}\right)^{18}$

A) 18 B) 0 C) 1
D) 19 E) –1

6 Si:

$\begin{cases} F(x) = \frac{x}{2} + 4 \\ P(x) = \frac{x}{3} - 1 \end{cases}$

Calcula: M = F(4) . P(9)

A) 12 B) 14 C) 18
D) 20 E) 21

7 Sea: $P(x+3) = x^2 - 5x + k$
Halla: $P(1)$ sabiendo que su término independiente es: $4k + 6$.

A) 21 B) 25 C) 30
D) 34 E) 20

8 En el polinomio mónico y cuadrático:
$P(x) = (a-4)x^3 + (b-2)x^2 + ax + 1$
Halla la suma de coeficientes.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

9 Sabiendo que:
$(x+c)(x-c) = ax^2 - bx - 5c;\ c \neq 0$
Calcula: $a + b + c$

A) 6 B) 5 C) 4
D) 3 E) 2

10 Si el polinomio:
$P(x) = x^{3a-9} + 5x^{a+b-3} + 6(x^2)^{4b+ac}$
es completo y ordenado en forma creciente.
Calcula: $a + b + c$

A) 1 B) 3 C) 6
D) 10 E) 15

11 Si el polinomio: $P(x) = 3x^{3a-9} + x^{a+b-3} + 6(x^2)^{4b+a-c}$, es completo y ordenado crecientemente. Calcula: $a + b + c$

A) 1 B) 3 C) 6
D) 10 E) 15

12 Calcula el valor de n, si el grado del producto es 2916.
$P(x) = (x+1)(x^3+1)(x^5+1)...(x^{2n+1}+1)$

A) 52 B) 53 C) 54
D) 55 E) 56

13 Halla el número de variables que debe tener el monomio:
$M = x^1 . y^2 . z^3 . \ ...$
para que su grado absoluto sea 45.

A) 6 B) 10 C) 11
D) 8 E) 9

14 Si el polinomio:
$P(x) = (a+b-5)x^7 + (b+c-12)x^4 + (c+a+9)x^3$
es idénticamente nulo, calcula: $a + b + c$

A) 2 B) 4 C) 7
D) 5 E) 9

Claves

1. B	3. A	5. A	7. E	9. A	11. D	13. E
2. A	4. C	6. A	8. C	10. B	12. C	14. B

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Verifica la(s) igualdad(des) que es(son) correcta(s) para los diversos valores de sus variables; marca con una X si es correcto o incorrecto.

	x	y	z	POLINOMIO	Correcto	Incorrecto
I	2	3	4	$P(x; y; z) = x + y - z = 2$		
II	–1	5	–2	$P(x; y; z) = 2x + 3y + 4z = 5$		
III	6	–2	3	$P(x; y; z) = \frac{x}{2} + 5y - z = 10$		
IV	–5	4	–6	$P(x; y; z) = -x - 3y + \frac{z}{3} = -9$		
V	1	–3	7	$P(x; y; z) = 2(x + y + z) = 10$		

2. Cada uno de los polinomios aparece 2 veces, excepto uno que figura tres veces que a la vez es homogéneo y otro que se repite una vez que es completo y ordenado. Encuentra tales polinomios.

$P(x; y) = x^2y^2 + 2xy^2 + 5y^3 + x^3$

$P(x; y) = 3y^3 + 2xy^2 + 7 + 11y^2$

$P(x; y) = x^2y + 2xy^2 + 5x^3 + y^3$

$P(x; y) = 7x^2y + 4xy^2 + 6y^3 + 10x$

$P(x; y) = x^2y^2 + 2xy^2 + 5y^3 + x^3$

$P(x; y) = x^2y + 2xy^2 + 5x^3 + y^3$

$P(x; y) = 3x^3 + 7x^2y + 7x + 11y^3$

$P(x; y) = 9y^3 + 10x^3y + 11y^2 + 4$

$P(x; y) = 3y^3 + 2xy^2 + 7 + 11y$

$P(x; y) = 7x^2y + 4xy^2 + 6y^3 + 10x$

$P(x; y) = x^2y + 2xy^2 + 5x^3 + y^3$

$P(x; y) = 9y^3 + 10x^3y + 11y^2 + 4$

Razonamiento y demostración

3. Si: $P(x) = x^2 - x + 1$
$F(x) = x^2 + 1$
Calcula: $F(P(3))$

A) 50 B) 17 C) 37 D) 26 E) 65

4. Dado el polinomio: $P(x) = ax^2 + bx + c$
Si $P(-1) = c + 2$, calcula: $a - b$

A) 0 B) 1 C) –1 D) 2 E) –2

5. Sea: $P(x) = 5^x$

Calcula: $\dfrac{P(2)P(4)P(6)}{P(10)}$

A) 5 B) 125 C) 625
D) 25 E) 1

6. Si: $P(x) = x + 1$
Halla: $E = P(x + 1) - P(x - 1)$

A) 1 B) 0 C) 2 D) 4 E) –2

7. Dado el polinomio:
$P(x) = 4x^{a+2} - 7x^{2a+7} + 5x^{2a+4}$
Donde GA(P) = 17, calcula: a

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. En el polinomio: $P(x; y) = 2x^ny^{4m+3} - 7x^{2n}y^{2m-3} + x^{n-1}y^{4m}$
Se tiene GR(y) = 23, calcula: m

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

Resolución de problemas

9. Si: $Q(x) = x + 3$ y $Q(a) = b$
Calcula: $b - a$

A) 5 B) –5 C) 2 D) –2 E) 3

10. Si: $f(x) = x + a$; $f(0) > 0$

Reduce: $\dfrac{f(x + a) - x}{a}$

A) 4 B) 2 C) 0 D) 1 E) 30

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Marca con una (V) si es verdadera y con una (F) si es falsa cada una de las igualdades:

	x	y	z	POLINOMIO	V/F
I	2	3	4	$P(x; y; z) = (x + y + z)^2 = 81$	
II	–5	6	–2	$P(x; y; z) = 2x - \frac{y}{3} + z^2 = -8$	
III	6	0	–4	$P(x; y; z) = 2(x - y) + \frac{y + z}{2} = 10$	
IV	–1	–2	–3	$P(x; y; z) = -2(x - z) + 3(y - x) = -6$	
V	1	–8	2	$P(x; y; z) = x^2 - (y + z)^2 = -34$	

12. Escribe ejemplos de polinomios dependientes de x que cumplan, si se da el caso, con las condiciones dadas a continuación:

a) Sea el polinomio de grado 9, cuyo coeficiente del término de mayor grado sea a^{a^a} y es la suma de 2 monomios.

b) Un polinomio de grado 3, completo y ordenado descendentemente con iguales coeficientes.

c) Un polinomio cuyos coeficientes sean positivos e iguales a la unidad, completo, pero desordenado y de grado 4.

Razonamiento y demostración

13. Si: $P(x) = x^2 + x + 1$
Halla: $M = P(-1) + P(0) + P(1)$

A) 5 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

14. Sea el polinomio: $P(x) = x^2 + 2x + 2$

Calcula el valor de: $P(P(-2))$

A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

15. Dados los polinomios:

$P(x) = (a - 2)x^5 + (2a - b - 3)x + (2c - 3b)$

$Q(x) = 6 - 4x^5 - 5x$

Si: $P(x) = Q(x)$, calcula: $a + b + c$

A) 2 B) 3 C) –2 D) 7 E) –4

16. Dado el polinomio $P(x) = P(x - 1) + P(x - 2)$, además:

$P(1) = 3$; $P(2) = 4$.

Calcula: $P(P(0))$

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

17. Si: $P(y) = 2y^{2m+1} - 3y^{m+7} + y^{2m+7} + 8$

Donde: $GR(y) = 9$; calcula m.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. El polinomio P(x) es de 5.° grado; halla m.

$P(x) = \sqrt{7}\,x^{1+m} - \sqrt{6}\,x^{m+2} + \sqrt{5}\,x^{2m+3}$

A) 1 B) 0 C) 2 D) 4 E) 3

19. En el polinomio: $P(x; y) = 2x^{a-2}y^{2a} - 5x^{a+1}y^{2a+3}$

Se tiene: $GR(x) = 13$

Calcula: $a - GR(y)$

A) –15 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

20. Si: $Q(m + 1) = m^2 + 2m + 5$

Halla: $Q(x) - 3x^2 - 4$

A) $x^2 + 1$ B) $x^2 - 1$ C) $-x^2$

D) $-2x^2$ E) $2x^2$

21. Si: $P(x; y) = x^2y^n - \frac{1}{4}x^{n+2}y^{n-1} + 10$

Donde: $GR(x) = 7$. Calcula $(n^2 - 1)$.

A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 26

22. Sea el polinomio:

$P(x) = 3x + a$ y $P(P(x)) = bx + 12$; $b \neq 0$

Calcula: $a + b$

A) 21 B) 50 C) 12 D) 40 E) 24

Resolución de problemas

23. Halla el producto de coeficientes del polinomio homogéneo.

$$K(x; y) = 3n\,x^{n^5}y^{4n+3} - \left(2a + 5b - \frac{n^3}{16}\right)x^{n^5+2n}y^7 + (2(2a + 5b) + 3n^2)(xy)^{2a+5b}$$

A) 6000 B) 7000 C) 6900

D) –6930 E) 6940

24. El trinomio es homogéneo de séptimo grado:

$M(z) = \sqrt[2p]{z^{p+q}} + \sqrt[2q]{z^{q+r}} + \sqrt[2r]{z^{p+r}}$

Determina el grado del monomio:

$N(z) = \sqrt[p]{z^q}\,.\,\sqrt[q]{z^r}\,.\,\sqrt[r]{z^p}$

A) 1 B) 15 C) 39

D) 27 E) 7

25. Si $P(x^3 + 1) = x + 3$; halla: $P(x)$

A) $\sqrt[3]{x - 1} + 3$ B) $\sqrt[3]{x} + 3$ C) $x + 2$

D) $\sqrt[3]{x - 1} + 1$ E) $\sqrt{x - 1} + 3$

26. Halla n, si:

$M(x) = \dfrac{\sqrt[n^{-n}]{x^{n^n}}}{\sqrt[4]{x^{16n^n}}}$, es de grado 621.

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

NIVEL 3

Comunicación matemática

27. Verifica la verdad o falsedad, según corresponda:

	x	y	z	POLINOMIO	V/F
I	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{4}$	$P(x; y; z) = 3x - 2y + z = \frac{61}{20}$	
II	6	–3	–2	$P(x; y; z) = x^2 - \frac{y}{4} + 2z = \frac{141}{4}$	
III	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$P(x; y; z) = \frac{3x + z^2}{2} - 4y = -\frac{301}{96}$	

28. Se tiene el siguiente polinomio:

$A(x) = x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 2x - 7$

Halla:

A) Un polinomio B(x), tal que A(x) + B(x) sea de grado 3.
B) Un polinomio C(x), tal que A(x) + C(x) sea de grado 2.
C) Un polinomio D(x), tal que A(x) + D(x) sea de grado 1.
D) Un polinomio E(x), tal que A(x) + E(x) sea de grado 0.

Razonamiento y demostración

29. Calcula el valor numérico de E para: $x = \frac{2}{5}$.

Si: $E = \sqrt{(5x - 1)^3 + \sqrt{(5x - 1)^2 - 1}}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 0 E) 5

30. Si: $P\left(\frac{2x}{3} - 2\right) = 4x + 4$

Calcula: $\sqrt{P(0)}$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) –13

31. Si: $F(x)+2F\left(\dfrac{2010}{x}\right)=3x;\ \forall\ x>0$

Determina: F(1)

A) 1 B) 2010 C) 2012
D) 4019 E) 4020

32. Sea el polinomio mónico:
$P(x) = a(x + 1) + b(x - 1)$
Donde el término independiente es 3, halla la suma de coeficientes.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

33. Sea: $f(x) = 3x + 1$
Si: $f(x - 1) + f(x + 3) + f(a) = 2f(x)$
Halla: $3a - 1$

A) –8 B) –9 C) 7
D) 8 E) –4

34. Sea la expresión:
$F(x) = 3^{x-1}$. Calcula: $\dfrac{F(x+y)}{3}$

A) F(x) . F(y) B) F(x) + F(y) C) 2F(x) . F(y)
D) 3F(x) . F(y) E) xF(x)

35. Halla a + b + c, si: P(x) = Q(x)
Siendo:
$P(x) = 2x^2 + 3x + 7$
$Q(x) = (a + b - 3)x^2 + [b + c - 3]x + (a + c)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 8 E) 9

36. Dado el polinomio:
$P(x) = (a - 1)x^{2a+1} + (b + 2)x^{2a-3} - cx^{2a+2}$
Donde: GA(P) = 16. Calcula $\sqrt{a+2}$.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

37. Si:
$P(x; y) = x^{m+1} - 2x^{m+2}y^{n+3} + 3y^{n+7}$
$Q(x; y) = 2x^m + 3x^{m-7}y^{n+7} - 8y^{n+9}$
GR(x)[P] + GR(y)[Q] = 22 ; GR(x)[P] = 12
¿Cuál es el grado absoluto de Q(x; y)?

A) 8 B) 7 C) 6
D) 5 E) 11

38. Dada la expresión: $M(x; y) = \sqrt[4]{x^{a-2}}\,.\,\sqrt[4]{y^{b+3}}$
Donde: GA(M) = 13 y GR(y) = 5
Halla: a – b

A) 18 B) 17 C) 16
D) 14 E) 8

39. Si el polinomio:
$P(x) = (a + b - 6abc)x^2 + (a + c - 3abc)x + (b + c - 7abc)$
se anula para más de dos valores de x. Halla el valor numérico de:
$\left(\dfrac{abc}{a+b+c}\right)^{-\frac{1}{3}}$

A) 1 B) 0 C) 2
D) –1 E) 4

Resolución de problemas

40. El siguiente polinomio es homogéneo de grado 1:
$Q(x; y; z) = \sqrt[p]{x^m}\sqrt[n]{y^q} - \sqrt[q]{y^n}\sqrt[r]{z^k} - \sqrt[k]{z^r}\sqrt[t]{x^s}$
¿Cuánto vale el grado del siguiente monomio?

$$\sqrt[m]{\sqrt[s]{(x^2y^4z^6)^{3pt}}}$$

A) –36 B) 0 C) 1
D) 36 E) 37

41. Dados los polinomios:
$A(x) = 3x - 2$
$B(x) = 2x^2 - 7x + 3$
Calcula el cociente del término independiente y el coeficiente del término lineal de:
$C(x) = A(B(x))\,.\,B(A(x))$

A) $\dfrac{24}{5}$ B) –5 C) –24

D) $\dfrac{5}{24}$ E) $-\dfrac{5}{24}$

42. Dado el polinomio completo y ordenado de forma ascendente:
$B(x) = 31x^{a^{3a}-19683} + 27x^{(a-b)^b} + 7x^{5a-1} + ... + (n-1)x^{b^3-1}$
Además, tiene $8a^a$ términos.
Con lo detallado anteriormente, determina:

$$Z = \left(\sqrt[a]{b-2}\right)^{a^2-b}$$

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

Claves

NIVEL 1	9. E	17. A	26. B	34. A
1.	10. B	18. A	NIVEL 3	35. E
2.	NIVEL 2	19. A	27.	36. A
3. A	11.	20. D	28.	37. E
4. D	12.	21. C	29. A	38. B
5. D	13. A	22. C	30. B	39. C
6. C	14. E	23. D	31. D	40. D
7. E	15. E	24. C	32. C	41. E
8. A	16. B	25. A	33. A	42. B

Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: PRODUCTOS NOTABLES

1 Si: $a^{-1} + b^{-1} = 4(a+b)^{-1}$

Calcula:

$$Z = \frac{2a^3 + 4a^2b + 3b^3}{8a^3 + b^3}$$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 1 E) 0,5

2 Simplifica:

$$E = \frac{\left[(x^2 + 2\sqrt{2})^2 + (x^2 - 2\sqrt{2})^2\right]^2}{[(x^2+1)(x^2+8) - 9x^2]^2}$$

A) $x + 3$ B) $(x+3)^{-1}$ C) 4
D) 3 E) $3x$

3 Efectúa:

$$M = (2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{6} + 2)(\sqrt{6} - 2)$$

A) 10 B) 16 C) 15
D) 20 E) 13

4 Si: $2x^2 + 5x + 4 = 0$

Halla: $G = 4(2x+1)(x+1)(2x+3)(x+2)$

A) 6 B) 8 C) 4
D) 2 E) 0

5 Reduce:

$$(a+b)^3 + (a-b)^3 - 8a^3 + 6a(a+b)(a-b)$$

A) a^3 B) b^3 C) 0
D) ab E) $a + b$

6 Si: $a + b = 4 \wedge ab = 1$

Halla: $\sqrt{a^3 + b^3 - 3}$

A) 6 B) 5 C) 8
D) 7 E) 9

7 Halla el valor de:

$$M = (x^2+3)(x^4-3x^2+9)-(x^4+3x^2+9)(x^2-3)$$

A) 16 B) 32 C) 54
D) 42 E) $7+\sqrt{2}$

8 Si $a+b+c=0$, simplifica:

$$M = \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+ac+bc}$$

A) 1 B) –2 C) 2
D) –1 E) abc

9 Si: $a^2+b^2+c^2=2 \ \wedge \ a^3+b^3+c^3=3$

Calcula: $S = \dfrac{(a+b+c)^{-1} \cdot (1-abc)}{2-ab-bc-ac}$

A) –1/6 B) 0 C) 1/3
D) 1/2 E) 1

10 Sean $x;\, y \in \mathbb{R}$, calcula x^3+y^3, si: $x^2+y^2=6x+10y-34$

A) 16 B) 80 C) 91
D) 128 E) 152

11 Reduce:

$$\frac{[(x+2)^2+(x-2)^2-(x+2)(x-2)-13]}{(x+3)(x-3)+8}$$

A) x B) 1 C) –13
D) 3 E) (x + 2)

12 Efectúa:

$$N = \sqrt{\frac{x^2-16}{x-4}-\frac{x^2-25}{x+5}}$$

A) 2 B) 7 C) 9
D) 3 E) 5

13 Reduce:

$$L = \sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1}$$

A) x^2+5x+5 B) x^2-5x+5 C) x^2-5
D) $-x^2-5x-5$ E) x^2-5x-5

14 Si: $a+b=3 \wedge ab=5$

Halla: a^3+b^3

A) 17 B) –18 C) 27
D) 14 E) 7

Claves

1. D	3. E	5. C	7. C	9. C	11. B	13. A
2. C	4. B	6. D	8. B	10. E	12. D	14. B

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. De las igualdades:

I. $(a + b - c)^2 = a^2 - 2ac + c^2 + b^2 + 2ab - 2bc$
II. $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^2 + 1 + x^4$

A) Solo I es correcta. B) Solo II es correcta.
C) I y II son correctas. D) Ninguna es correcta.
E) No se puede afirmar nada.

2. Percepción / espacio.
Identifica estos 8 productos notables.

BINOMIO AL CUADRADO
BINOMIO AL CUBO

LEGENDRE
LAGRANGE

ARGAND
GAUSS

DIFERENCIA DE CUADRADOS
DIFERENCIA DE CUBOS

Razonamiento y demostración

3. Halla: $a^2 + b^2$, si: $a + b = 5 \wedge ab = 6$

A) 9 B) 4 C) 13 D) 16 E) 18

4. Efectúa: $M = (x^4 - x^{-4})^2 - (x^4 + x^{-4})^2$

A) 4 B) 2 C) 6 D) –4 E) –8

5. Si: $a = 5 - \sqrt{3} \wedge b = \sqrt{3} - 3$
Calcula: $a^2 + b^2 + 2ab$

A) 2 B) 3 C) 5 D) 4 E) 6

6. Calcula:
$S = \sqrt[3]{(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1)(\sqrt{13}+\sqrt{11})(\sqrt{13}-\sqrt{11}) - 4}$

A) 4 B) 6 C) 3 D) 5 E) 2

7. Calcula: $E = \sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\,.\sqrt[3]{3-\sqrt{8}}$

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 1

8. Efectúa: $(\sqrt[3]{3}+1)(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1)$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. Efectúa: $(p^5 + 5)(25 + p^{10} - 5p^5) - 125$

A) p^5 B) p C) p^0 D) 25 E) p^{15}

Resolución de problemas

10. Si: $a + b = 7$ y $ab = 11$; calcula: $\sqrt[3]{a^2 + b^2}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. Dado: $a + b = 2\sqrt{6} \wedge ab = 3$

Halla: $E = \dfrac{a^3 + b^3}{5\sqrt{6}}$

A) 3 B) 2 C) 6 D) 1 E) $2\sqrt{6}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Cuestión de memoria

Observa la siguiente serie de productos notables durante 1 minuto.

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
$(a + b)(b + c)(c + a) + abc = (a + b + c)(ab + ac + bc)$
$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$

Luego del minuto, tápalos y escribe los nombres de las respectivas identidades, pero en el orden inverso al que tenían. Es decir, el nombre del producto notable que está en la parte superior deberás ponerlo en la parte inferior, y así con los demás.

13. ¿Cuáles de las siguientes igualdades son correctas cuando: $a = 2$; $b = -1$ y $c = 1$?

I. $a^2 + 2ab + b^2 = 1$
II. $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = -9$
III. $3(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2) - 2(a^3 + b^3 + c^3) + 6abc = 8$
IV. $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) = 14$

A) Solo I B) Solo III C) I, III y IV
D) I, II, III E) Solo IV

Razonamiento y demostración

14. Si: $ab = 20 \wedge a + b = 6\sqrt{2}$

Halla: $P = \sqrt[3]{a^2 + b^2 - 5}$

A) 1 B) 4 C) 5 D) 2 E) 3

15. Si: $x^2 + 1 = 4x$, calcula: $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

A) 14 B) 3 C) 5 D) 16 E) 4

16. Si: $a^2 - 5a - 1 = 0$, calcula: $E = a^2 + \dfrac{1}{a^2}$

A) 23 B) 25 C) 27 D) 30 E) 26

17. Reduce: $E = (x + y + 3)(x - y + 3) - (x - y)(x + y)$

A) 6x B) 9 C) 6x + 9
D) 6x – 9 E) 2x + 3

18. Efectúa:
$(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)(x + 4) + (x + 4)(4 - x)$

A) 0 B) 1 C) 2 D) x^2 E) $2x^2$

19. Reduce: $(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}+\sqrt[3]{9})$

A) 3 B) 4 C) 7 D) 10 E) 15

20. Reduce: $(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})$

A) 2 B) 7 C) 3 D) 10 E) 5

Resolución de problemas

21. Si: $x+\frac{1}{x}=2\sqrt{6}$. Halla: $\sqrt{x^2+x^{-2}+3}$

A) 3 B) 6 C) 4 D) 7 E) 5

22. Calcula: $M=\dfrac{(\sqrt{3}+2)^2-(\sqrt{3}-2)^2}{(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{3}-1)^2}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. Decir cuántas relaciones son verdaderas y cuántas son falsas.

I. $(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc$

II. $(a+b+c)^3+a^3+b^3+c^3=3(a+b)(a+c)(b+c)$

III. $(a-b-c)(bc-ab-ac)=(a-b)(b+c)(c-a)+abc$

IV. $(a-b-c)^2=a^2-b^2+c^2+2(bc-ab-ca)$

A) 1 y 3 B) 2 y 2 C) 3 y 1 D) 4 y 0 E) 0 y 4

24. **Memoria**

Memorice los productos notables durante el tiempo que creas conveniente. Luego tápalas y responde a las preguntas planteadas:

Suma o diferencia de cubos: $a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

Identidad de Cauchy: $(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$

Identidad de Legendre: $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$

Binomio al cuadrado: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Diferencia de cuadrados: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Identidad de Gauss: $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$

I. ¿Cuántas identidades se observa? ______

II. ¿Qué producto notable presenta en el segundo miembro cuatro términos algebraicos? ______________________

III. ¿Cuántos productos notables se observan en total? ______

Razonamiento y demostración

25. Reduce: $A=[(x+2)^2-(x+1)^2][(x-2)^2-(x-1)^2]$

A) $9-4x^2$ B) $9-6x^2$ C) $9-2x^2$
D) $9-15x^2$ E) $9-x^2$

26. Si: $a-b=3\sqrt{3}\ \wedge\ ab=2$

Halla: $S=\sqrt{a^2+b^2+(ab)^2+1}$

A) 6 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

27. Efectúa: $M=(\sqrt{3}+2)^4-56(1+\sqrt{3})$

A) 41 B) 40 C) 43 D) 51 E) 53

28. Si $(a+b)^2=4ab$, halla: $E=\dfrac{2a^2b-5ab^2}{3b^3}$

A) 1 B) –1 C) 2 D) 3 E) 7

29. Calcula: $M=\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}\,.\,\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}$

A) 0 B) x C) 1 D) – x E) 2

30. Si: $x=\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}$; calcula: $E=x^4-8$

A) 25 B) 20 C) 26 D) 28 E) 27

31. Si: $a+b=2$ y $ab=1$; calcula: a^6+b^6

A) 8 B) 16 C) 2 D) 4 E) 10

32. Reduce: $(x+1)(x^2+x+1)(x-1)(x^2-x+1)-x^6$

A) –1 B) 2 C) –2 D) 3 E) 0

Resolución de problemas

33. Si: $a^3+b^3+c^3=0$, calcula el valor de:

$$B=\frac{-7abc}{a(b^2-a^2+c(b-a))+b(c^2-b^2+a(c-b))+c(a^2-c^2+b(a-c))}$$

A) 7 B) 3 C) –7
D) $-\frac{3}{7}$ E) $-\frac{7}{3}$

34. Se establece:

$$\frac{a+b+c}{3}=\frac{9(ab+ac+bc)}{35}=\frac{3(a+b)(b+c)(a+c)}{20}=1$$

Calcula: abc

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Claves

NIVEL 1

1. C
2.
3. C
4. D
5. D
6. E
7. E
8. D
9. E
10. C
11. C

NIVEL 2

12.
13. C
14. E
15. A
16. C
17. C
18. A
19. C
20. C
21. E
22. B

NIVEL 3

23. A
24.
25. A
26. A
27. A
28. B
29. C
30. D
31. C
32. A
33. E
34. E

Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: DIVISIÓN DE POLINOMIOS

1 Al dividir:

$$\frac{5x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 + x - 1}$$

Indica el cociente.

A) $5x^2 - 6x + 14$
B) $5x^2 - 14x - 2$
C) $-14x^2 + 20x + 15$
D) $x^2 + 1$
E) $7x + 1$

2 Si la siguiente división es exacta.

$$\frac{ax^4 + (a^2 - 2)x^3 + ax^2 + (a^2 - 6)x + a^2 + 1}{ax - 2}; \ a \neq 0$$

Calcula la suma de coeficientes del cociente.

A) 2
B) 4
C) -2
D) -4
E) 1

3 El polinomio P(x) al ser dividido entre $(x^3 - 8)^3$ se obtiene como resto $x^4 + 2x^2 + 4$. Halla el resto de dividir P(x) entre $x - 2$.

A) 28
B) 7
C) 10
D) 16
E) 12

4 Halla el resto de dividir:

$$\frac{10x^3 + x}{x^2 + x + 1}$$

A) 1
B) 0
C) x
D) $x - 1$
E) $x + 10$

5 Calcula el resto en:

$$\frac{(x^3 - 1)^{53} + x^{45} + x^{10} + 1}{x^2 + x + 1}$$

A) $x + 2$
B) $x - 2$
C) $x + 3$
D) $2x + 1$
E) $3x + 2$

6 En la siguiente división exacta calcula el cociente y $A + B + C$.

$$\frac{Cx^5 + Bx^3 + Ax^2 + 4x + 8}{3x^3 + x^2 + 2}$$

A) $3x^2 - 2x + 4$ y 18
B) $4x^2 - 2x + 3$ y 18
C) $x^2 - x + 1$ y 9
D) $4x^2 - 2x + 3$ y 9
E) $3x^2 - 2x + 4$ y 9

7 Halla el resto de dividir:

$$\frac{x^8 + 125x^5 + x^3 + 1}{x + 5}$$

A) –124 B) –125 C) 25
D) 5 E) 625

8 Al dividir:

$$\frac{(x - 4)^{100} + (x - 2)^{99} + x^3 + 1}{x - 3}$$

Indica el resto.

A) 26 B) 27 C) –29
D) 29 E) 30

9 Determina el valor de $a + n$, si la división:
$x^3 - nax^2 + na^2x + 6a^3$ entre $x^2 - 2ax + 3a^2$, tiene como resto 24.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

10 Al dividir:

$$\frac{7x^3 + 6x^2 + 5x + 2}{x^2 + 2x - 1}$$

Da como respuesta la suma de coeficientes del residuo.

A) –6 B) 27 C) 22
D) 28 E) 7

11 Determina la suma de coeficientes del cociente de la división indicada: $\frac{x^8 + x - 1}{x - 1}$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 9 E) 8

12 Al dividir P(x) entre $(x - 1)(x - 2)$ se halla por resto $2x + 1$. ¿Qué resto se encontrará si se divide P(x) entre $x - 2$?

A) 6 B) 7 C) 2
D) 5 E) 3

13 Halla el término independiente de un polinomio de tercer grado que al dividirlo por $(x - 3)$; $(x - 2)$ y $(x - 1)$ obtengamos –36 como resto y se anule para $x = 4$.

A) –71 B) –72 C) –73
D) –74 E) –75

14 Al dividir un polinomio P(x) entre $(x + 4)$ se obtuvo como residuo 13 y al dividir el mismo polinomio entre $(x + 2)$ el residuo es –5. Halla el residuo de dividir dicho polinomio entre $(x + 4)(x + 2)$.

A) $-9x - 23$ B) $9x + 23$ C) $9x - 22$
D) $-9x + 18$ E) $9x + 25$

Claves

1. A 3. A 5. A 7. A 9. C 11. E 13. B
2. A 4. E 6. A 8. E 10. C 12. D 14. A

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. En esta sopa de letras se han perdido los diferentes criterios de solución en una división algebraica.

¡Encuéntralos!
Método de: HORNER / RUFFINI
Teorema del resto: lema de DESCARTES
Divisibilidad: POLINÓMICA

S	W	T	A	B	N	F	G	H	J	K	O
T	S	E	T	R	A	C	S	E	D	P	Q
F	G	Q	H	R	V	J	T	D	U	K	V
M	A	N	O	I	P	U	S	I	R	B	O
P	X	I	I	C	O	E	H	U	D	Y	C
Z	H	D	E	S	L	H	F	D	N	H	M
P	O	O	P	W	I	F	J	Q	T	E	S
B	N	Y	R	F	I	R	U	F	F	Z	Y
P	O	L	I	N	O	M	I	C	A	R	N
A	S	R	I	E	E	D	T	G	W	L	E
T	X	F	W	K	K	R	C	L	M	Q	R
M	Q	U	A	P	J	Z	N	B	H	O	R

2. Al realizar la división por Horner; se obtiene:

1	3	a	5	b
a		k	p	
–b			q	8
	k	m	n	r

Halla: $I = k + 2m + 3n + 21p + 5q + 21r$

A) 320 B) 330 C) 415
D) 325 E) 328

3. En el esquema de Ruffini:

	a	1	b	2	c	3
n	↓	3	m	10	p	n
	a	4	5	12	1	q

Halla: $an + b + c + m + n + p + q$

A) 13 B) 9 C) 6
D) 16 E) 17

Razonamiento y demostración

4. Halla m y n si la división es exacta:

$$\frac{x^4 - 3x^3 + mx - 2n}{x^2 - 2x + 4}$$

A) 8 y 12 B) 5 y 10 C) 4 y 20
D) 8 y 14 E) 4 y 12

5. Calcula $a + b$ si la división:

$$\frac{5x^4 - 11x^3 + 15x^2 + ax - b}{5x^2 - x - 2}$$

Deja por resto: $2x - 9$

A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

6. Indica el resto de la división indicada:

$$\frac{x^5 + x + 1}{x^2 - 2x + 1}$$

A) $5x + 7$ B) $x + 1$ C) $6x - 3$
D) $3x - 4$ E) 2

7. Calcula $a + b$ si la división: $\dfrac{x^4 + ax + 3b}{x^2 + x + 1}$; es exacta.

A) 1 B) –1 C) 2
D) –2 E) –3

8. Si $ax^2 + bx + 2$ es divisible por: $(x - 2)$ y $(x - a)$, halla: $4(2a + b)$, además $a > 0$.

A) –4 B) –3 C) 1 D) 6 E) 0

9. Encuentra $\alpha - \beta$ si la división:

$$\frac{6x^3 + 11x^2 + \alpha x - \beta}{3x^2 - 1 + x}$$ es no inexacta.

A) 2 B) –2 C) –4
D) 3 E) –5

10. Si la siguiente división $\dfrac{x^5 + mx^4 + nx^3}{x^2 + 2x + 3}$ es exacta; calcula: mn

A) 3 B) 8 C) 10
D) 4 E) 6

11. Si el resto en la siguiente división indicada es 3 y la suma de coeficientes del cociente es 2.

$$\frac{5x^5 + 9x^4 - 7x^3 + nx^2 + mx + 2}{5x - 1}$$

Calcula $m + n$.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

12. Cuando se divide: $\dfrac{16x^4 + 2x + 1}{-2x - 1}$ el cociente es:

$$q(x) = \left(\frac{a}{3} - 1\right)x^3 + \left(\frac{b}{4} - 2\right)x^2 + \left(\frac{c}{5} - 3\right)x + \left(\frac{d}{6} - 4\right)$$

Calcula: $a + b + c - d$

A) 11 B) –16 C) 14
D) 0 E) –1

13. Halla el resto de dividir:

$$\frac{x^5 + (b - a)x^4 + x^3 - (a - b)x^2 + (a^2 + ab + b^2)x + a^3 + b^3}{x - a + b}$$

A) a^3 B) b^3 C) $2a^3$
D) $2b^3$ E) $a+b$

14. Al efectuar la división:

$$\frac{x^{n-1}-(n+2)x+n+1}{x-1}$$

El TI del cociente es –5; indica el grado del cociente.

A) 1 B) 3 C) 5
D) 2 E) 4

15. Indica el residuo de la siguiente división:

$$\frac{\frac{5x^3-10x^2+3x+2}{x-1}}{x-2}$$

A) 0 B) –2 C) $8x-8$
D) 8 E) $8x+8$

16. Halla el resto de la siguiente división:

$$\frac{x^n+x^{3n}+x^{2n+1}+x^{n+2}+5}{x^n-1};\ n\in \mathbb{N}\wedge\ n\geq 4$$

A) 5 B) x^2+x+7 C) x^2+7
D) $x+7$ E) $x+5$

17. Halla el resto en la siguiente división:

$$\frac{x^4+2x^2+5}{x^2+1}$$

A) 4 B) 5 C) 3
D) 2 E) 1

18. Halla el resto de dividir:

$$\frac{nx^n-x+n}{x-1}$$

A) $2n$ B) $2n-1$ C) 1
D) 2 E) n

19. Calcula el resto de la siguiente división:

$$\frac{7x^{31}+5x^{12}-2x^8+x^5-1}{x^2-1}$$

A) $8x+1$ B) $8x+2$ C) $8x+3$
D) $8x+5$ E) 0

20. Indica el resto de la división:

$$\frac{x^6+3x^5+2x-1}{x+3}$$

A) –2 B) –3 C) –5
D) –7 E) –9

21. Calcula el valor de α, si la división: $\frac{x^5+\alpha x+2}{x-1}$, es exacta.

A) –3 B) 3 C) –2
D) 2 E) 0

22. Encuentra el residuo al dividir:

$$\frac{(x-n+1)^2+(x-n)^2+(x-n-1)^2+...+(x-2n+2)^2}{x-2n+1}$$

A) $n(n-1)$ B) $n(n+1)$ C) n^2
D) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ E) $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

23. En la división: $\frac{x^{n+1}+x^n+n+1}{x^n+n+1}$ el resto es $R(x)=(n-17)x$

Calcula $\sqrt{n}$

A) $\sqrt{3}$ B) 3 C) 2
D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

24. Si el residuo de la división: $\frac{ax^3+6x^2+bx-6}{x-1}$

es $R(x)=2\sqrt{(a+b)(b-6)}$

Calcula: $\frac{a+b}{b-6}$

A) 2 B) 4 C) 1
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

25. Halla el resto al efectuar:

$(x-1)^{10}(x+2):(x-1)(x-2)$

A) $3x-1$ B) $4x^2-1$ C) $4x-4$
D) $3x-8$ E) $x-1$

26. Si $(x+1)$ es factor de x^2+cx-2, además $(2x-1)$ es factor de Dx^2+5x-4; halla: $\frac{D}{3c}$

A) 1 B) –1 C) 2
D) –2 E) $-\frac{1}{2}$

Resolución de problemas

27. Divide por Ruffini: $\frac{mx^m+120x+m}{x-1}$ y determina la suma de coeficientes del cociente.

A) $m+120$ B) m^3-100 C) $\frac{m}{2}+200$
D) m^2+120 E) $m+1$

28. Encuentra el valor de ψ para que el polinomio:

$(x+y)(x+z)(y+z)+\left(\psi-2^{2^2}\right)xyz$

sea divisible entre: $x+y+z$

A) 0 B) 16 C) 4
D) 17 E) –17

NIVEL 2

Comunicación matemática

29. Del esquema de Horner:

4	a	b	0	c	d
$-m+2$					
$m+1$					
	5	m	n	p	q

Calcula: $(a+b+c+d)-(m+n+p+q)$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

30. **MEMORIA**

Memorice el texto durante 1 minuto; luego tape las descripciones y responda con SI o NO las preguntas planteadas.

- El grado del cociente es igual al grado del dividendo menos el grado del divisor.
  $Q°(x) = D°(x) - d°(x)$
- El grado del residuo máximo se calcula restando una unidad al grado del divisor: $R°(x)_{máx.} = d°(x) - 1$
- El método de Horner es válido para la división de polinomios de cualquier grado.
- El método de Ruffini se considera como un caso particular del método de Horner.

Preguntas:

1. ¿El método de Horner se deduce a partir del método de Ruffini? ______
2. ¿El grado del residuo máximo es igual al grado del divisor aumentado en una unidad? ______
3. ¿Si se dividen polinomios de cualquier grado, entonces emplearemos el método de Horner? ______

Razonamiento y demostración

31. Si la siguiente división:

$$\frac{ABx^4 + (A+B^2)x^3 + Bx^2 + (A+B^2)x + A}{Ax^2 + Bx + A};\ B \neq 0$$

deja por resto $Bx + A$. Calcula el valor de: $\frac{A-1}{B}$

A) –2 B) 4 C) –3
D) 3 E) 5

32. Halla $n - m$, sabiendo que el residuo de la división es: $2x - 3$

$$\frac{12x^4 - 23x^3 + 8mx^2 - 35x + n}{4x^2 - 5x + m}$$

A) 20 B) 21 C) 27
D) 6 E) 16

33. Calcula el valor de a.

$$\frac{3ax^5 + (a+3)x^4 + (4a-2)x^3 - 4ax^2 + 9ax - 2a}{3x - 2}$$

Si: Σcoef. $Q(x) = 2R(x)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

34. Halla el resto en:

$$\frac{(\sqrt{2}+1)x^4 - 2(\sqrt{2}+2)x^3 + (\sqrt{2}+4)x + 2}{x - \sqrt{2} - 1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

35. Al efectuar la división:

$$\frac{(\sqrt{3}-1)x^4 - (1+\sqrt{3})x^3 + 2x^2 + (\sqrt{3}+1)x - 2\sqrt{3} - 1}{x - \sqrt{3} - 1}$$

Encuentra la suma de coeficientes del cociente.

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}+1$ C) $-\sqrt{3}$
D) $\sqrt{3}-1$ E) $\sqrt{3}+3$

36. Calcula m si el resto de la división: $\frac{3x^2 + mx + 5}{x + 2}$

es igual al resto de: $\frac{2x^2 - x + 1}{x + 2}$

A) 2 B) 3 C) 1
D) 4 E) 5

37. Calcula $\frac{a}{b}$, si luego de dividir:

$$\frac{(a-b)x^n + (a-b)^2x^{n-1} + (a-b)^3x^{n-2} + \ldots + (a-b)^{n+1}}{x - a + b}$$

el resto es: $(n+1)(4b)^{n+1}$, $n \in \mathbb{Z}^+$, $a \neq b$.

A) 1 B) 3 C) 7
D) 5 E) 11

38. Calcula el resto de: $\frac{(x^2+5x+9)^n + x^2(x+5)^2 + 2}{x^2 + 5x + 8}$

A) 66 B) 62 C) 64
D) 8 E) 67

39. Halla el resto de:

$$\frac{(x^2+5x+1)^3 - 3(x^2+5x+2)^2 - 1}{x^2 + 5x - 1}$$

A) 17 B) –20 C) 22
D) 15 E) –21

40. Halla el resto en: $\frac{x^6(x-2)^6 + 16x^4 + 2x^2 - 3}{x^2 - 2x + 2}$

A) $3x^2 + 2$ B) $-9x - 13$ C) $-9x + 2$
D) $-3x + 5$ E) $4x - 7$

41. Halla el término independiente del resto.

$$\frac{(x+2)^7 + 3(x+2)^5 + x + 1}{(x+1)(x+3)}$$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 8 E) 9

42. Al dividir P(x) entre $(x + 1)(x + 2)(x^4 + 1)$, se obtiene un resto igual a $3x - 2$. Halla el resto al dividir:

$$P(x) : (x+2) \quad y \quad P(x) : (x+1)$$

A) –8; 5 B) –8; –5 C) 8; –5
D) 0; 0 E) 2; 3

Resolución de problemas

43. Si la división

$$\frac{Mq^5 + (7+5M)q^4 + (35-2M)q^3 + (N-14)q^2 + 5Nq - 2N}{q^2 + 5q - 2}$$

da un cociente, tal que al ser evaluado para $q = 3$ es 313.

Calcula: $\sqrt[7]{M^N}$ $(N, M \in \mathbb{Z}^+)$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

44. Sabiendo que la división:

$$\frac{x^3 + (a+b+c)x^2 + (a^2+b^2)x + 8}{x^3 - c^2x - abc}$$

Deja como resto $(x^2 + 3x + 9)$, obtén el valor de: $a^3 + b^3 + c^3$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

NIVEL 3

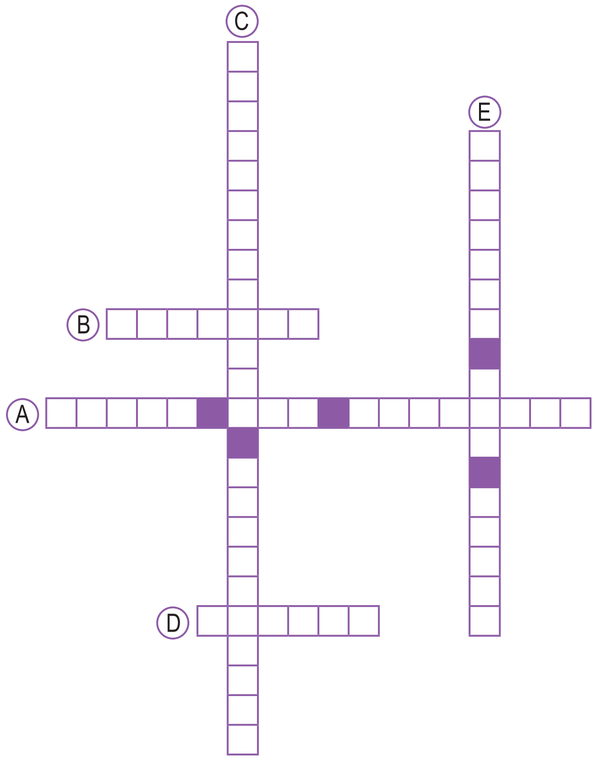
Comunicación matemática

45. El siguiente esquema representa la regla de Horner, sabiendo que cada letra representa un dígito diferente, que valor tienen e, a, d en ese mismo orden.

a	d	–e	f	g
b		h	i	
c			12	j
	2	3	25	j

A) 1; 2; 3 B) 9; 9; 9 C) 6; 1; 1/2
D) 5; 1; 2 E) 10; –1; 1

46. Entiende bien los enunciados y luego escribe lo que corresponda de cada uno junto al número que corresponde.



A. Es igual al grado del dividendo menos el grado del divisor.

B. Es aquel método aplicable cuando el divisor es de la forma $ax \pm b$ o cualquier otra expresión transformable a esta.

C. Se dice que un polinomio P(x) es divisible por otro polinomio d(x), si y solo si la división P(x): d(x) es exacta, es decir, el resto es cero. $(R(x) = 0)$

D. Método válido para la división de polinomio de cualquier grado.

E. Nos permite obtener el resto de una división sin efectuarla.

Razonamiento y demostración

47. Halla la suma de coeficientes del cociente de la siguiente división si $n \in \mathbb{N}$ y $n \geq 20$.

$$\frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{x^2 - 2x + 1}$$

A) $n(n+1)$ B) $\frac{n(n+1)}{2}$ C) $(n-1)(n+1)$

D) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ E) $\frac{(3n^2 - n)}{6}$

48. Dado el polinomio $P(x) = ax^{n+1} + bx + 1$, calcula b en términos de n para que P(x) sea divisible por $(x - 1)^2(cx + d)$.

A) $\frac{n+1}{n}$ B) $n + 1$ C) $-n + 1$

D) $-\frac{n+1}{n}$ E) $-n - 1$

49. Si la suma de coeficientes del cociente es igual al resto; halla el mayor valor de n – 2.

$$\frac{nx^4 + (n^2 - 1)x^3 - n^2x^2 - x + n^2 - 2}{nx - 1}$$

A) –1 B) –2 C) 0
D) –3 E) 3

50. Calcula m, si es exacta la división $\dfrac{x^{3a+2} + x^{3b+1} + mx^{3c}}{x(x+1)+1}$, $\forall$ a; b; c $\in \mathbb{Z}^+$

A) –1 B) 1 C) 2
D) –2 E) 0

51. Si (x + 1) es un factor de: $x^2 + cx + 2$ y (2x – 1) es un factor de: $dx^2 + 5x - 4$, entonces el valor de c/d es:

A) $\frac{1}{2}$ B) 4 C) $-\frac{1}{2}$
D) –6 E) 6

52. En la siguiente división:

$$\frac{(x+3)(x+a)(x+1)(x-2)}{x^2 + x + 2}$$

se obtiene un resto igual a 16x + 4b. Halla: b – a

A) 6 B) 10 C) 8
D) 16 E) 12

53. Sean: $P(x) = 1000x^2 + 100x + 10c \wedge Q(x) = x^2 - x + 2$

Si el resto de la división $\dfrac{P(Q(x+2))}{Q(x+2)}$, es 30.

Halla: 2c – 1

A) –5 B) 0 C) 1
D) 5 E) 2

54. Halla el resto en:

$$\frac{2x^{21} - 3x^{17} + 2x^5 - x + 3}{x^2 - x + 1}$$

A) x + 1 B) 5 C) 0
D) x – 1 E) 36

55. Halla el valor de $\frac{b}{c}$ sabiendo que la siguiente división:

$\dfrac{x^3 + bx^2 + cx + 1}{x^2 + x + 1}$ es exacta.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) $\frac{1}{2}$

56. Calcula b en la división $\dfrac{ax^9 + bx^8 + 1}{x^2 - 2x + 1}$, si es exacta.

A) 8 B) –9 C) 9
D) –8 E) 10

57. Halla el resto en:

$$\frac{(x-3)^{14} + (x-2)^{12} - x + 3}{x^2 - 5x + 6}$$

A) x + 4 B) x – 4 C) 4 – x
D) x + 1 E) 2

Resolución de problemas

58. Halla a + c – b, si el polinomio: $x^{100} + ax^2 + bx + c$ es divisible entre $(x + 1)^3$

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

59. Un polinomio P(x) de segundo grado y el primer coeficiente es la unidad, al ser dividido por (x + 2) da como resultado un cierto cociente Q(x) y un resto 6. Si se divide P(x) por el cociente aumentado en 3 la división resulta exacta. Halla el resto de dividir P(x) entre (x – 5).

A) x – 5 B) x – 20 C) – 20
D) – 5 E) 20

Claves

NIVEL 1
1.
2. E
3. D
4. A
5. C
6. C
7. B
8. A
9. B
10. E
11. A
12. B
13. C
14. D
15. D
16. B
17. A
18. B
19. B
20. D
21. A
22. D
23. E
24. B
25. C
26. D
27. D
28. D

NIVEL 2
29. E
30.
31. A
32. B
33. A
34. A
35. B
36. B
37. D
38. E
39. B
40. E
41. E
42. B
43. C
44. E

NIVEL 3
45. D
46.
47. B
48. D
49. C
50. B
51. A
52. B
53. D
54. C
55. B
56. B
57. C
58. B
59. E

Aplicamos lo aprendido

TEMA 5: COCIENTES NOTABLES

1 Calcula m, sabiendo que el grado respecto a **y** del término de lugar 7 en el CN correspondiente a la división:

$\dfrac{x^{70} - y^{m+t}}{x^7 - y^t}$ es 12.

A) 18 B) 15 C) 12
D) 13 E) 20

2 En el cociente notable:

$\dfrac{x^n - y^m}{x^3 + y^4}$, se sabe que el desarrollo tiene 14 términos, el valor de (m + n) es:

A) 56 B) 42 C) 84
D) 89 E) 98

3 Si la siguiente división:

$$\frac{x^{5n-12} - y^{4k}}{x^n - y^k}$$

Genera un CN que contiene un término igual a: $x^{24} \,.\, y^{13}$
Calcula: n + k

A) 13 B) 14 C) 25
D) 16 E) 17

4 ¿Cuántos términos tiene el CN de: $\dfrac{a^{2m+6} - b^{m+3}}{a^{m-1} - b^{m-3}}$?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

5 Se desea saber el número de términos del cociente en:

$\dfrac{x^n - 1}{x - 1}$, si se cumple: $t_{10} \,.\, t_{50} \,.\, t_{100} = x^{236}$

A) 132 B) 134 C) 136
D) 138 E) 140

6 ¿Qué lugar ocupa en el siguiente CN el término que posee un GA igual a 34?

$$\frac{x^{40} - y^{20}}{x^2 - y}$$

A) 5.° B) 6.° C) 7.°
D) 8.° E) 10.°

7 Calcula el tercer término en el siguiente cociente notable:

$$\frac{x^m - y^{5m-8}}{x^2 - y^9}$$

A) $x^{15}y^{27}$ B) $x^{10}y^{18}$ C) x^5y^{18}
D) $-x^3y^2$ E) $x^{12}y^9$

8 Calcula el número de términos del CN:

$\frac{x^a - y^a}{x^2 - y^2}$, si el penúltimo término es: x^2y^{82}

A) 86 B) 82 C) 42
D) 43 E) 45

9 Calcula el valor de a en el cociente notable:

$$\frac{x^{3a+2} - y^{a+2}}{x^5 + y^2}$$

A) 10 B) 8 C) 15
D) 12 E) 6

10 Halla el número de términos en el siguiente CN:

$$\frac{a^n + b^{18}}{a^2 + b^n}$$

A) 12 B) 10 C) 7
D) 9 E) 3

11 El cociente notable que genera:

$x^{35} - x^{30} + x^{25} - x^{20} + ... + x^5 - 1$ es:

A) $\frac{x^{40}+1}{x^5+1}$ B) $\frac{x^{40}+1}{x^5-1}$ C) $\frac{x^{40}-1}{x^5-1}$
D) $\frac{x^{40}-1}{x^5+1}$ E) $\frac{x^{40}+1}{x+1}$

12 Simplifica:

$$\frac{x^{37} + x^{36} + x^{35} + ... + x + 1}{x^{36} + x^{34} + x^{32} + ... + x^2 + 1}$$

A) $x-1$ B) x C) $x+2$
D) $x+1$ E) $x-2$

13 Efectúa:

$$\frac{x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^4 + x^2 + 1}$$

A) $x^5 + x$ B) $x^6 - x$ C) $x^6 - 1$
D) $x^6 + 1$ E) x

14 Reduce:

$$\frac{(x+y)^{31} + (x+y)^{30} + ... + 1}{(x+y)^{30} + (x+y)^{28} + ... + 1}$$

A) $(x+y)^2$ B) $x+y$ C) $x+y-1$
D) $x-y+1$ E) $x+y+1$

Claves

1. A 2. E 3. C 4. C 5. A 6. A 7. B 8. D 9. E 10. E 11. D 12. D 13. D 14. E

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

Determina los valores de verdad:

1. Es un cociente notable: $\dfrac{x^7 - y^{16}}{x^3 - y^6}$ ( )

2. Posee 15 términos: $\dfrac{x^{60} - x^{90}}{x^4 - y^6}$ ( )

3. Es un cociente notable: $\dfrac{x^7 + y^7}{x + y}$ ( )

Razonamiento y demostración

Concepto de cociente notable:

4. Calcula m para que la expresión: $\dfrac{x^{2m+3} - y^{3m-3}}{x^{2m+1} - y^{3m-5}}$; genere un cociente notable entero.

A) 7 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

Cálculo de un término cualquiera:

5. Desarrolla e indica el 3.er término en: $\dfrac{m^{10} - y^{15}}{m^2 + y^3}$

A) $-m^6y^3$ B) m^4y^6 C) m^8
D) $-m^2y^9$ E) y^{12}

6. Calcula el valor numérico del tercer término del cociente de:
$\dfrac{x^{3^3} - x^{3^3}}{x^3 - 3^3}$; para x = 3.

A) 3^{27} B) 3^9 C) 3^{12}
D) 3^{18} E) 3^{24}

Existencia de un CN:

7. Calcula el valor de r, sabiendo que el resultado de la siguiente división es un CN.
$\dfrac{x^{36} - y^{189}}{x^4 - y^{r+6}}$

A) 16 B) 15 C) 17 D) 18 E) 14

8. Halla el valor de m, si sabemos que al dividir:
$\dfrac{a^{65} - b^{78}}{a^{m+3} - b^6}$; resulta un CN.

A) 5 B) 7 C) 3 D) 2 E) 6

Resolución de problemas

9. **Indica:** ¿cuántos términos tiene el desarrollo del cociente notable?
$$\dfrac{x^{4n} - y^{5n}}{x^4 - y^5}$$
Si el término quinto tiene como grado absoluto el séxtuplo de cinco aumentado en dos.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

10. Dado el siguiente cociente notable:
$\dfrac{x^{4n+2} - y^{5n-7}}{x^2 - y^2}$, entonces el grado absoluto del décimo primer término en el desarrollo del cociente notable es:

A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. **Relaciona** ambas columnas con líneas.

$\dfrac{1 - x^6}{1 - x^3}$	$\dfrac{x^6 - 1}{x^2 - 1}$
$x^{135} - x^{130} + x^{125} - ... - x^{10} + x^5 - 1$	$\dfrac{m}{p} = \dfrac{n}{q}$
$\dfrac{27x^3 + 1}{3x - 1}$	$t_3 = x^2a^2$
$\dfrac{x^5 + a^5}{x + a}$	No es un cociente notable
$x^4 + x^2 + 1$	n = 2
$\dfrac{x^m \pm a^n}{x^p \pm a^q}$ Es CN.	n = 28

12. **Construye** cocientes notables con las siguientes características:

Variables	N.° de términos	Signo del dividendo	Signo del divisor	Cociente notable
x	5	–	–	
a; b	5	+	+	
mn; pq	4	–	+	
x^3; y^2	3	–	–	

Razonamiento y demostración

Cálculo de un término cualquiera

13. Calcula **m** sabiendo que el sexto término del CN al que da lugar la división: $\dfrac{a^{32} - b^{72}}{a^4 - b^9}$, es igual a^8b^{m+5}.

A) 27 B) 40 C) 42
D) 45 E) 50

14. Desarrolla e indica el 4.° término del CN: $\dfrac{m^7 + n^7}{m + n}$

A) m^3n^3 B) m^2n^2 C) m^4n^3
D) $-m^3n^3$ E) $-m^2n^2$

15. ¿Qué lugar ocupa en el desarrollo del cociente notable:

$\dfrac{x^{40} - y^{20}}{x^2 - y}$, el término que tienen grado absoluto 35?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Número de términos

16. Efectúa el desarrollo del siguiente cociente notable:

$$\frac{x^{4n+5} + y^{4n-6}}{x^{n-4} + y^{n-5}}$$

A) $x^{33} - x^{30}y^2 + x^{27}y^4 - x^{24}y^6 + ... - y^{22}$
B) $x^{30} + x^{27}y^2 + x^{24}y^4 + x^{21}y^6 + ... + y^{20}$
C) $x^{30} - x^{27}y^2 + x^{24}y^4 - x^{21}y^6 + ... - y^{20}$
D) $x^{30} - x^{27}y^2 + x^{24}y^4 - x^{21}y^6 + ... + y^{20}$
E) $x^{20} - x^{18}y + x^{16}y^2 - x^{15}y^3 + ... + y^{10}$

17. Calcula $(n - m)$; si el décimo séptimo término de:

$\dfrac{x^m - y^n}{x^5 - y^7}$, es $x^{15} \cdot y^{112}$

A) 76 B) 77 C) 78
D) 79 E) 40

18. Determina $(m + n)$ si el t_{17} del cociente notable:

$\dfrac{x^m - y^n}{x^5 - y^7}$; es $x^{115}\, y^{112}$

A) 480 B) 475 C) 208
D) 200 E) 280

Resolución de problemas

19. En el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^a - y^b}{x^2 - y^3}$$

Hay un término cuyo grado es el doble del número de términos. ¿Qué lugar ocupa este término?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

20. En el desarrollo de:

$\dfrac{x^{155} + y^{93}}{x^5 + y^3}$; existe un término cuyo grado absoluto es 122.

La diferencia de los exponentes de **x** e **y** en ese término es:

A) 42 B) 40 C) 38
D) 36 E) 34

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. **Relaciona** el desarrollo con la representación de un cociente notable:

Desarrollo	Cociente notable
$x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$	$\dfrac{x^{14} - 1}{x^2 - 1}$
$x^{12} - x^{10} + x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1$	$\dfrac{x^{12} - 1}{x^2 + 1}$
$x^{10} - x^8 + x^6 - x^4 + x^2 - 1$	$\dfrac{x^{12} - 1}{x^2 - 1}$
$x^{12} + x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$	$\dfrac{x^{14} + 1}{x^2 + 1}$

22. Si en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{n+3m} - y^{7m}}{x^2 - y^4}$$

Hay 14 términos, halla el grado absoluto del término que ocupa el lugar dado por la diferencia de **m** y **n**.
Sigamos la secuencia de solución:

Por teoría el número de términos se define:

$\dfrac{\square}{\square} = 14 \Rightarrow m = \square$

reemplazando este valor en: $\dfrac{n + 3m}{2} = 14 \Rightarrow n = \square$

Por dato: $k = m - n = \square - \square = 4$

Para calcular un término cualquiera:

$t_k = (x^2)^{\square - \square}\ (y^4)^{\square - 1}$

$t_4 = x^{2(\square - \square)}\ y^{4(\square - 1)}$

Luego el grado absoluto está dado por la suma de los exponentes de x e y:

$GA = 2(\square - \square) + 4(\square - 1) = \square \;.\; 10 + \square \;.\; 3$

$\therefore\ GA = \square$

Razonamiento y demostración

Cálculo de un término cualquiera:

23. Halla el valor del cuarto término del desarrollo de:

$\dfrac{(x+y)^{18} - (x-y)^{12}}{(x+y)^3 - (x-y)^2}$ para $x = 2\sqrt{3} \;\wedge\; y = \sqrt{10}$.

A) 16 B) 24 C) 32
D) 64 E) 72

24. Calcula el 5.° término obtenido del siguiente cociente:

$$\frac{x^{48}+x^{42}+x^{36}+\ldots+x^{6}+1}{x^{24}-x^{21}+x^{18}+\ldots-x^{3}+1}$$

A) x^5 B) x^{12} C) x^{15}
D) x^{20} E) x^{10}

25. Halla el coeficiente de x^{24} en el cociente de:

$(x^{45}-243)\div(x^3-\sqrt[3]{3})$

A) 1 B) 3 C) 7
D) 9 E) 10

26. Calcula el t_{21} en el cociente notable:

$$\frac{2a-a^2}{1-\sqrt[20]{a-1}}$$; los términos del divisor son 1 y a – 1

A) $\sqrt{a+1}$ B) $a-1$ C) $\sqrt{a}$
D) $\sqrt{a+2}$ E) $\sqrt{a-2}$

Número de términos:

27. Siendo el CN: $\dfrac{x^{3n+9}+y^{3n}}{x^3+y^2}$;

Calcula el VN del término central para $x=1 \wedge y=2$.

A) 256 B) –256 C) 128
D) –128 E) 1

28. Halla el número de términos que tendrá el cociente notable generado por:

$$\frac{x^{5m+10}-y^{5m-50}}{x^{2n+9}-y^{2n+5}};\ \{m;n\}\subset\mathbb{N}; m<32$$

A) 14 B) 13 C) 1
D) 16 E) 15

Resolución de problemas

29. Si el CN: $\dfrac{x^{5a-2}-y^{4b+4}}{x^3-y^4}$

Posee 6 términos, calcula a – b

A) 1 B) 4 C) 8
D) 5 E) –1

30. En el desarrollo de un CN dos de sus términos consecutivos son: ... $-x^{18}y^{27}+x^{16}y^{30}-$ .... Halla el número de términos del cociente.

A) 16 B) 15 C) 14
D) 19 E) 18

31. En el cociente notable: $\dfrac{x^m-y^n}{x^2-y^3}$, en el séptimo término se cumple la igualdad de los exponentes **x** e **y**.

Halla: m + 2n

A) 64 B) 72 C) 128
D) 144 E) 160

32. Calcula el valor de a + b en el CN de:

$\dfrac{x^{2a+6b}-y^{4a+2b}}{x^5-y^3}$, si el término noveno es: $x^{55}\cdot y^{24}$

A) 20 B) 22 C) 18
D) 15 E) 30

33. Si $x^6\cdot y^4$ es uno de los términos que genera el CN:

$$\frac{x^a-y^b}{x^2-y^2}$$

Calcula: 2a – b

A) 18 B) 15 C) 8
D) 16 E) 14

34. En el siguiente CN: $\dfrac{x^{mp}-b^m}{x^p+b}$; los GA disminuyen de 5 en 5, determina el n.° de términos del CN, si el GA del $t_{10}=20$; $b\in\mathbb{Z}$.

A) 10 B) 15 C) 13
D) 14 E) 20

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. B
5. B
6. E
7. B
8. D
9. B
10. E

NIVEL 2
11.
12.
13. B
14. D
15. D
16. D
17. E
18. A
19. B
20. C

NIVEL 3
21.
22.
23. D
24. B
25. D
26. B
27. A
28. E
29. E
30. D
31. C
32. B
33. D
34. D

MARATÓN Matemática

- Reduce la siguiente expresión:

$$M = \underbrace{\sqrt{x^3\sqrt{x^3\sqrt{x^3\ldots}}}}_{\text{20 radicales}}$$

Resolución:

Por inducción:

Si la expresión tiene:

1 radical: $\sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$

2 radicales: $\sqrt{x^3\sqrt{x^3}} = x^{\frac{3^2}{2^2}}$

3 radicales: $\sqrt{x^3\sqrt{x^3\sqrt{x^3}}} = x^{\frac{3^3}{2^3}}$

4 radicales: $x^{\frac{3^4}{2^4}}$

⋮

n radicales: $x^{\frac{3^n}{2^n}} = x^{\left(\frac{3}{2}\right)^n}$

En la expresión M tenemos 20 radicales; entonces:

$M = x^{\left(\frac{3}{2}\right)^{20}}$

$\therefore M = x^{(1,5)^{20}}$



1. Determina el valor de la expresión:

$$M = \sqrt[4]{\frac{a}{b^6}} + \sqrt[4]{\frac{b^6}{a}}$$

Sabiendo que: $\frac{a}{b^6} + \frac{b^6}{a} = 7$

A) 5 B) $\sqrt{7}$ C) $\sqrt{5}$
D) 1 E) $\sqrt{7} + \sqrt{5}$

2. Encuentra el valor de x:

$$\frac{\sqrt[3]{a^4\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}}{\sqrt{a^{-3}}} = a^{\left(\frac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}}$$

A) 6 B) 3 C) $\sqrt{3}$
D) 9 E) 1/4

3. Al dividir: $\frac{4x^5 + 2x^4 - 4x^3 - ax^2 + bx + c}{4x^3 + 2x^2 - 1}$

se obtiene residuo x + 5; determina: a + b + c

A) 13 B) 8 C) 10
D) 5 E) –8

4. Determina el resto en la siguiente división:

$$\frac{2(x^2 - 6)^4 + (7x - 6)^3 + 3}{x - 2}$$

A) 232 B) 535 C) 664
D) 428 E) 547

5. La siguiente expresión es un cociente notable: $\frac{x^{m+2} - y^{3m}}{x - y^2}$ determina m.

A) 4 B) 8 C) 12
D) 16 E) 32

6. Reduce:

$$\frac{x^{16} + x^{14} + x^{12} + \ldots + x^2}{(x^2 + 1)(x^8 + 1)}$$

A) $\frac{x^3 + x^6 + x}{x + 1}$ B) $x^2 + x^6$ C) $x^4 + x^2 + x$
D) $x^6 + x^4 + x^2$ E) $x^4 + x^2$

7. Indica el MCD de P(x) y Q(x).

$P(x) = x^2 + x - 2$

$Q(x) = 3 - 4x - x^2$

A) x + 2 B) x – 3 C) x – 1
D) x + 1 E) $x^2 + 1$

8. El polinomio P(x) tiene 3 raíces simples (1; 5; 2), determina P(–1), si P(6) = 10.

A) –18 B) 16 C) 32
D) –16 E) –1

9. Sean:

$P(x) = x^2 - 5x + M$ y

$Q(x) = x^2 + Nx - 8$.

Determina M/N si el MCD de P(x) y Q(x) es (x – 2).

A) 6 B) 3 C) 1
D) 5 E) 3/2

10. Sea el CN: $\frac{x^{100} - y^{140}}{x^5 - y^7}$; determina el término undécimo al desarrollar el CN.

A) $x^{10}y^{25}$ B) $x^{20}y^{40}$ C) $x^{50}y^{25}$
D) $x^{45}y^{70}$ E) $x^{20}y^{10}$

11. Halla el valor de E:

$$E = \sqrt[3]{\frac{16}{\sqrt[3]{\frac{16}{\sqrt[3]{\frac{16}{\vdots}}}}}}$$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 16

Unidad 2

RECUERDA

Francois Viete

Francia, 1540-París, 1603. Matemático francés. Conocedor de Diofanto y Cardano, estableció las reglas para la extracción de raíces y dio a la trigonometría su forma definitiva en *Canon mathematicus* (1570).

Se dedicó asimismo al estudio de los fundamentos del álgebra, con la publicación, en 1591, de *In artem analyticam* isagoge, en el cual introdujo un sistema de notación que hacía uso de letras en las fórmulas algebraicas. Se ocupó finalmente de diversas cuestiones geométricas, como la trigonometría plana y esférica.

Considerado uno de las padres del Álgebra, desarrolló una notación que combinaba símbolos con abreviaturas y literales. Es lo que se conoce como álgebra sincopada, para distinguirla del álgebra retórica utilizada en la antigüedad y el álgebra simbólica usada en la actualidad.

Uno de sus hallazgos más importantes fue establecer claramente la distinción entre variable y parámetro, lo que le permitió plantear familias enteras de ecuaciones con una sola expresión y así abordar la resolución de ecuaciones con un alto grado de generalidad, en lo que se entendió como una aritmética generalizada.

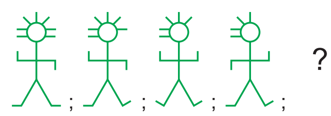
Viete uno de los matemáticos más representativos de la historia realizó su notable contribución a esta ciencia llevando al Álgebra a su fase simbólica tal y como hoy se utiliza. Además de ser el primero en colocar los puntos suspensivos en una expresión algebraica demostrando que es infinita.

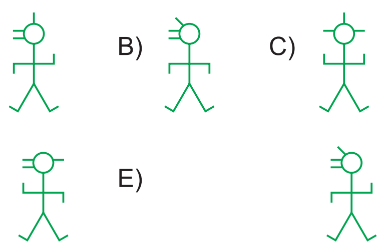
Reflexiona

- *Cada cual es una casa de cuatro cuartos, uno físico, uno mental, uno emocional y uno espiritual... si no entramos a diario en cada cuarto, aunque sólo sea para ventilarlo, no seremos personas completas.*
- *Si participas en demasiadas actividades y sientes que has perdido el control de tu vida, descarta las menos importantes y concéntrate en las más esenciales. Empieza a decir que no y dilo sonriendo.*

¡Razona...!

Indica la figura que sigue en:





A) B) C) D) E)

Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: FACTORIZACIÓN

1 Factoriza:
$A(x; y) = 18x^2 + 9xy - 20y^2 - 12x - 16y$
Indica el término independiente de uno de sus factores primos.

A) 1 B) 2 C) 4
D) –4 E) –5

2 Factoriza: $Q(x; y) = 81x^4 - y^4$, e indica cuántos factores primos lineales se obtiene.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

3 Al factorizar:
$F(x) = (x^3 + 3x)^2 - (3x^2 + 1)^2$
la suma de sus factores primos es:

A) 2x B) x + 1 C) x – 1
D) 2 E) Existen 2 respuestas

4 Proporciona un factor de la expresión:
$P(x) = x^4 - 2x^2 - 8$

A) $x^2 + 2$ B) $x^2 - 2$ C) $x^2 + 5$
D) $x^2 + 1$ E) $x^2 + 3$

5 Factoriza:
$H(a; b) = (a + b)^4 - (a - b)^4$
e indica el número de factores primos.

A) 4 B) 5 C) 3
D) 2 E) 1

6 Factoriza:
$S(x) = 81x^4 + 9x^2 + 1$
Señala la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 10 B) 14 C) 5
D) 7 E) 12

7 Factoriza:
$M(x; y; z) = x^2 - y^2 - z^2 + 14x + 2yz + 49$
e indica la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 7 B) 8 C) 9
D) 12 E) 14

8 Factoriza:
$A(x; y) = (x^2 + y^2)(x + y)^2 + (xy)^2$
e indica un factor.

A) $x^2 + y^2$ B) $x^2 + xy + y^2$ C) $x^2 - y^2$
D) $x^2 - y$ E) $y^2 - x$

9 Factoriza:
$P(x) = x^4 - 13x^2 + 36$ e indica el número de factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

10 Factoriza: $P(x) = x^4 - 3x^2 - 4$, luego indica el número de factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11 Factoriza:
$P(x; y) = 25x^4 - 109x^2y^2 + 36y^4$ e indica el número de factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

12 Indica la suma de coeficientes de un factor primo cuadrático de: $B(x) = x^4 + 8x^2 - 384$

A) 15 B) 20 C) 28
D) 12 E) 25

13 Factoriza
$E(x; y) = 3x^2 + 10xy + 3y^2$
e indica la suma de sus factores primos.

A) $2x + 3y$ B) $2(x + y)$ C) $3x - y$
D) $4(x + y)$ E) $-2x + 3y$

14 Factoriza:
$P(x; y) = 54x^6y^2 - 38x^3y^2 - 16y^2$
Da la suma de coeficientes de los factores primos cuadráticos.

A) 8 B) 10 C) 14
D) 7 E) 20

Claves

1. D	3. A	5. C	7. B	9. D	11. D	13. D
2. B	4. A	6. D	8. B	10. C	12. E	14. B

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Correlaciona con su expresión general o cualquier otra expresión transformable a esta.

I. Aspa doble.
II. Aspa simple.
III. Aspa doble especial.

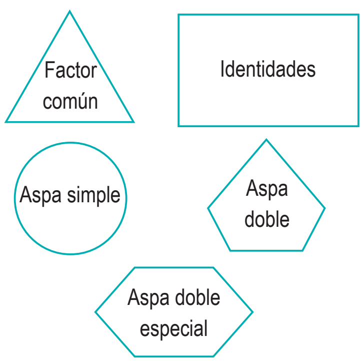
◯ $P(m; n) = Am^{2p} + Bm^pn^q + Cn^{2q}$

◯ $P(m; n) = Am^{2p} + Bm^pn^q + Cn^{2q} + Dm^p + En^q + F$

◯ $P(m) = Am^{4p}n^{4q} + Bm^{3p}n^{3q} + Cm^{2p}n^{2q} + Dm^pn^q + E$

2. Memoria
Observa estas figuras geométricas durante 1 minuto; luego tápalas y contesta las preguntas que aparecen más abajo.

Métodos de factorización



I. ¿Qué figura representa al método del aspa simple?
II. ¿Qué método de factorización nos presenta el hexágono?
III. ¿Qué método nos representa aquella figura que tienen el menor número de lados?

Razonamiento y demostración

3. Factoriza:
$R(a; x) = ap + ax - 2bx - 2bp$,
Da como respuesta la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 2 B) –1 C) p + 4
D) 1 – 2b E) 1

4. Factoriza
$F(a) = a^4 + a^3 - a^2 - a$
Da como respuesta el factor primo con mayor término independiente.

A) a B) a – 1 C) a + 1
D) a + 2 E) a – 2

5. Factoriza:
$P(a; p) = a^4p^2 + 6a^2p + 9$

A) $(ap + 3)^2$ B) $(a^2p^2 + 3)$
C) $(ap + 4)(ap + 2)$ D) $(a^2p + 3)^2$
E) $(ap - 3)^2$

6. Factoriza:
$H(x) = (x^2 + 1)(x - 1)(x + 3)(x^2 + 2x - 3)$
e indica el número de factores primos.

A) 4 B) 3 C) 2
D) 5 E) 6

7. Factoriza: $a^2 + 2a + ab + b + 1$
Indica un factor.

A) a – 1 B) a + b C) –a + b
D) 2a – b E) a + 1

8. Factoriza:
$F(x; y) = (x - 1)(x^2 + x + 1) - y(y + 1)(y + 2) - y$
e indica un factor de 1.er grado.

A) x + y + 1 B) x + 3y
C) x + 2y + 1 D) x + y – 1
E) x – y – 1

Resolución de problemas

9. Factoriza:
$7x^3 - 10x^2 + x + 2$
El coeficiente principal de uno de sus factores primos es:

A) 3 B) 4 C) 6
D) 7 E) 9

10. Factoriza:
$P(x) = (x - 3)(x^2 + 3x + 1) + x(3 - x)(x + 2)$
y señala los términos independientes de los factores primos.

A) 2 y 1 B) –3 y 1 C) –1 y 2
D) 1 y 0 E) 3 y 2

NIVEL 2

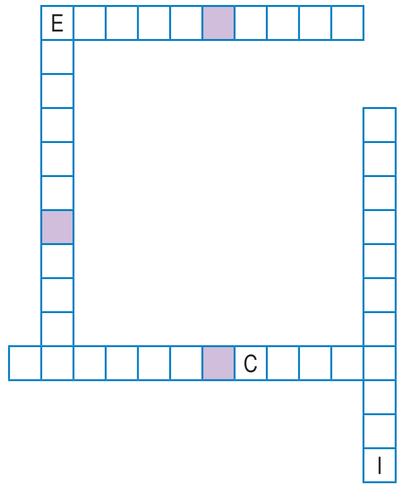
Comunicación matemática

11. Del polinomio:
$P(x; y) = xyz(x - 2)(y + 3)(z - 6)$
Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

( ) P(x; y) tiene 6 factores primos.
( ) Un factor primo de P tiene como término independiente –6.
( ) Un factor primo de P tiene como suma de coeficientes 4.

A) VFV B) VVV C) VFF
D) FFV E) FFF

12. Lenguaje
Sitúa correctamente los criterios de factorización. Como referencia utiliza las letras que ya están colocadas. Algunas palabras situadas en forma vertical se leen de abajo a arriba.



13. Los siguientes trinomios:
$A(x) = x^2 + px + 8$
$B(x) = x^2 + qx + 2$
luego de ser factorizados, tienen un factor en común de la forma: $x + r$; $r > 1$
Determina el valor de: $pr^2 + qr^{-2}$

A) 1 B) $\frac{99}{4}$ C) 2
D) 11 E) $\frac{1}{12}$

Razonamiento y demostración

14. Factoriza:
e indica un factor primo.
$P(x; y) = 5x^2 + 16xy + 3y^2 + 11x + 5y + 2$

A) x + 3y + 1 B) x + 3y + 2
C) 2x + y + 5 D) x – y + 1
E) 5x + y + 6

15. Factoriza:
$M(x; y) = 12(x - y)^2 + 7(x - y) - 12$.
Da el número de factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

16. Factoriza:
$M(x; y) = x^3 + x^2y - y^2x - y^3$

A) $(x+y)(x-y)^3$ B) $(x+y)^2(x-y)$
C) $(x^2+y^2)(x-y)$ D) $(xy+1)(x-y)$
E) $(x+y)(xy-1)$

17. Factoriza:
$F(x; y) = xm - xp + xn + my - py + ny$
e indica un factor.

A) $m+n+p$ B) $m-p+n$
C) $m+p-n$ D) $n-m+p$
E) $x-y$

18. Factoriza:
$H(x) = (x^2-3)(x+5)(x^4-2x^2-8)$
e indica el número de factores primos cuadráticos.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 1

19. Halla el número de factores primos lineales de:
$R(a; b) = a^9b^3 + 2a^8b^3 + a^7b^3 + 2a^6b^3$

A) 1 B) 4 C) 2
D) 5 E) 3

Resolución de problemas

20. Señala el factor primo binomio de:
$E = 3x^4 - 2y^2 - x^2y + 7yz - 7x^2z$

A) $x-y$ B) $x-y^2$ C) x^2+1
D) x^2-y E) y^2+1

21. Factoriza:
$R(x; y) = y^2 - x^2 + 6x - 9$
e indica el factor primo de mayor suma de coeficientes.

A) $y-x+3$ B) $y+x+3$
C) $y-x-3$ D) $x-y+3$
E) $y+x-3$

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Si:
$B(x; y; z; w) = (x+7)(w-3)(z^2+z+1)(y^2-y+1)(z-7)(y+3)$
Indica solo la proposición correcta:

I. B tiene 7 factores primos.
II. B tiene 2 factores primos monómios.
III. B tiene 4 factores primos binómios.
IV. B tiene 1 factor primo trinómios.
V. B tiene 3 factores primos mónicos.

23. Factoriza el polinomio en el campo de los números racionales (ℚ) mediante el aspa simple:

$18x^6 + bx^3 - (2d+15)$
ax^3 ↗ 1
$2ax^3$ ↘ d

Si: $a > 0$, indica un factor primo del polinomio:

A) $6x^3+5$ B) $3x^3-5$
C) $6x^3-5$ D) x^2+5
E) x^3-3

24. Si:
$Q(a; b; x) = (a+y)(b+z)(c-x)(x-y)(z-y)$
indica el valor de verdad:
( ) El polinomio Q tiene 5 factores primos mónicos.
( ) El polinomio Q tiene 4 factores primos.
( ) El polinomio Q tiene 6 variables.

A) VVV B) VFV C) FVV
D) FVF E) FFV

25. Sea el polinomio:
indica la proposición correcta.
$R(x; y; z) = x^3(y-3)(z+5)(x^2-x+1)(y+z)$

A) R tiene 4 factores primos.
B) R tiene 2 factores primos (monomios).
C) R tiene 3 factores primos (binomios).
D) R tiene 2 factores primos (trinomios).
E) R tiene 3 factores primos (cuadráticos).

Razonamiento y demostración

26. Factoriza:
$P(a; b; c) = (a+b)(a+b+c+4) - 2c^2 + 5c + 3$
Da la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5

27. Factoriza:
$P(x) = x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 7x + 6$
e indica un factor primo.

A) x^2+2x+1 B) $5x+3$
C) x^2+x+2 D) x^2-x+1
E) $4x^2+2x+1$

28. Halla el número de factores primos:
$R(x) = x^{18} + x^{17} + x^{16} - x^3 + 1$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

29. Señala uno de los factores primos de:
$F(x) = x^3 - 2x(x-1) - 1$

A) x^2+x+4 B) x^2-x+1
C) x^2-x-1 D) x^2+x+1
E) x^2+x+3

30. Al factorizar:
$P(x) = x^4 - 16 \wedge Q(x) = x^2 - x - 6$
se obtiene un factor común de la forma: $ax+b$. Indica el valor de: $a \cdot b$

A) −2 B) 2 C) 6
D) −6 E) −4

31. Factoriza: $P(x) = x^2 - (2x-1)^2 - 6x + 9$ e indica un factor primo.

A) $3x-4$ B) $x-2$ C) $2-x$
D) $4-4x$ E) $x-y$

Resolución de problemas

32. Factoriza: $A(x) = x^4 - 2x^2 - 3$; luego indica el factor primo de menor suma de coeficientes.

A) x^2-3 B) x^2+1
C) x^2-1 D) x^2+3
E) $x-3$

33. Factoriza:
$P(m; n; p) = m^2 - 4p^2 + 4mn + 4n^2$
y calcula la suma de los factores primos obtenidos.

A) $2m+4n$ B) $m+n+2p$
C) $m+n$ D) $2m+n$
E) $m+2n$

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. D
4. C
5. D
6. B
7. E
8. E
9. D
10. B

NIVEL 2
11. D
12.
13. B
14. B
15. B
16. B
17. B
18. A
19. E
20. D
21. A

NIVEL 3
22.
23. C
24. D
25. C
26. E
27. C
28. B
29. B
30. B
31. A
32. A
33. A

Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: MCD - MCM Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1 Calcula el MCD de:

$A(x) = x^5 - ax^4 - a^4x + a^5$

$B(x) = x^4 - ax^3 - a^2x^2 + a^3x$

A) $(x - a)(x + a)$ B) $(x + a)(x + 2a)$ C) $(x + a)^2$
D) $(x - a)^2(x + a)$ E) $(x - a)^3(x - a)^2$

2 Si el MCD de los polinomios:

$P(x) = x^4 - 9x^2 + mx + n$

$Q(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 + px + q$

es $x^2 - 5x - 6$. Halla el grado del MCM de dichos polinomios.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 6 E) 7

3 Sabiendo que el MCD de los polinomios:

$P(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + a \quad \wedge \quad Q(x) = x^3 + x^2 + b$

es $(x^2 - x + 2)$. Calcula el valor de: $\dfrac{2b - a}{3}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

4 Halla el valor de:

$E = \dfrac{1}{3x - 9} + \dfrac{5x - 3}{3x^2 - 27} - \dfrac{1}{x + 3}$, para $x = 4$.

A) 2 B) 1 C) -2
D) 4 E) -1

5 Efectúa:

$$\frac{\dfrac{x+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{x+1}}{\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-1}}$$; se obtiene como resultado:

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) x

6 Efectúa:

$M = \dfrac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3} + \dfrac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + 6x + 9}$

A) -2 B) -1 C) 0
D) 2 E) 3

7 Calcula:

$$P = \left(\frac{a^2-5a+6}{a^2-9a+20} \div \frac{a^2-9a+18}{a^2-11a+30}\right) \cdot \frac{a^3-4a^2}{a^2-2a}$$

A) $a+1$ B) $a-2$ C) a
D) $2a$ E) $3a$

8 Efectúa el siguiente producto:

$$E = \left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{x+1}\right)\left(1+\frac{1}{x+2}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{x+10}\right)$$

A) $\frac{x+10}{x}$ B) $\frac{x+1}{x}$ C) $\frac{x+11}{x}$
D) $\frac{1}{x}$ E) $\frac{2}{x}$

9 Efectúa:

$$\frac{x+1}{-x-1} + \frac{x^2-1}{1-x^2} + \frac{x^3+1}{-x^3-1}$$

A) -1 B) -2 C) -3
D) -4 E) 1

10 Efectúa: $\frac{a-1}{a^2-1} \div \frac{a^3+1}{a^2-a+1}$

A) 1 B) 2 C) 0
D) $\frac{1}{a+1}$ E) $\frac{1}{(a+1)^2}$

11 Simplifica: $\frac{x^3+4x^2-21x}{x^3-9x}$

A) $x+7$ B) $\frac{1}{x+3}$ C) $\frac{x+7}{x+3}$
D) $\frac{x+1}{x+3}$ E) $\frac{x-7}{x-3}$

12 Efectúa:

$$\frac{x^2-x-2}{x^2-4} + \frac{x^2-2x-3}{x^2-x-6} - \frac{x^2+4x}{x^2+6x+8}$$

A) $x+2$ B) $x-2$ C) 1
D) $x-4$ E) $x+4$

13 Simplifica: $\frac{2ax+ay-4bx-2by}{ax-4a-2bx+8b}$

A) $\frac{2x}{x-4}$ B) $3x+y$ C) $\frac{3x+y}{z+y}$
D) $\frac{2x+y}{x-4}$ E) $\frac{2x-y}{x+4}$

14 Efectúa:

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2-x-2} + \frac{x^2+x-20}{x^2-3x-4}$$

A) $x+1$ B) $x-2$ C) 1
D) 2 E) 3

Claves

1. D	3. B	5. B	7. C	9. C	11. C	13. D
2. D	4. B	6. D	8. C	10. E	12. C	14. D

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. La suma de los factores primos del MCM es dos veces el MCD de los polinomios: H; I

$H(x) = x^2 + (7 + 2t)x + 14t$

$I(x) = x^2 + 14x + 49$

Determina el valor de "t".
Completa en los recuadros los términos que faltan para llegar a la solución:

- Factorizamos cada uno de los polinomios:

  $H(x) = x^2 + (7 + 2t)x + 14t$

  x ↗ □
  x ↘ □

  $H(x) = (x + \square)(x + \square t)$

  $I(x) = x^2 + 14x + 49$

  $I(x) = (x + \square)^2$

- El MCM y el MCD de los polinomios factorizados, respectivamente será:

  $MCM(H; I) = (x + \square)^2(x + \square t)$

  $MCD(H; I) = x + \square$

- Del enunciado:
  Σ factores primos MCM(H; I) = 2MCD(H; I)

  $(x + \square) + (x + \square t) = 2(x + \square)$

  $2x + \square + \square t = 2x + 2\square$

  $t = \dfrac{2\square - \square}{\square}$

  $\therefore\ t = \square$

2. MEMORIA
Tapa los recuadros de la izquierda, toma el tiempo que consideres oportuno, lee atentamente las palabras del recuadro de la derecha. Por último tápalo y señala en los recuadros de la izquierda las palabras memorizadas respecto a la clasificación de los fracciones algebraicas.
Fracción(es):

Independiente	Heterogéneas	Propia
Compleja	De valor variable	Impropia
Divisible real	Propio	Homogéneas
Homogéneas	Iguales	Heterogéneas
Completa	Impropia	Equivalentes
Equivalentes	Imaginarias	Compleja
Desigual	De valor constante	De valor constante

Razonamiento y demostración

3. Calcula el grado del MCM de:

$P(x) = x^5 + x + 1$

$Q(x) = x^7 + x^2 + 1$

Si el MCD es de 2.° grado.

A) 7 B) 2 C) 3
D) 5 E) 10

4. Reduce la siguiente expresión:

$$E = \frac{a + (a^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{a - (a^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} - \frac{a - (a^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{a + (a^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}$$

A) $a^2 - 1$ B) 1 C) $1 + a^2$
D) $4a(a^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$ E) 0

5. El valor de la expresión:

$N = \dfrac{x^3 - a^3}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$, para: $x = a$, es:

A) $2a^2$ B) $6a^2\sqrt{a}$ C) 0
D) $2a$ E) $-a$

6. Si la fracción:

$$F(x;y) = \frac{ax^2 + cxy + ey^2}{bx^2 + dxy + fy^2}$$

toma un valor constante k^2 para todo valor de x e y.

Halla $\sqrt{acf}$, sabiendo que: $bde = \dfrac{R^2}{k^2}$; $(R > 0)$

A) 1 B) $\dfrac{R}{k}$ C) $\dfrac{k}{R}$
D) k E) R

7. Simplifica:

$$\frac{x - 1}{1 - \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}} \div \frac{x + 1}{2 - \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{x}}}$$

A) x B) x + 2 C) x – 2
D) x + 3 E) x – 3

8. Simplifica:

$$\frac{(x - a)^2 + 2(a^2 + x^2) + (x + a)^2}{(x + a)^2 - (x - a)^2}$$

Da como respuesta el valor numérico para:

$x = \sqrt{3} - 1$ y $a = \sqrt{3} + 1$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9. Sabiendo que:

$$A = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b + \ddots}}}$$

$$B = b + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{a + \ddots}}}$$

Calcula: $\frac{A}{B}$

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{a}$ C) ab

D) $\frac{1}{ab}$ E) $\frac{a+b}{ab}$

10. Reduce la expresión:

$$H = \frac{a^2}{b^2 + ab} + \frac{b^2}{a^2 + ab} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a}$$

A) a/b B) –2 C) b/a
D) 0 E) –1

11. Reduce la siguiente expresión:

$$M = \frac{1}{x^2 + 2x - 3} + \frac{1}{1 + 2x - 3x^2} - \frac{2}{3x^2 + 10x + 3}$$

A) 1 B) –1 C) 0
D) x E) –x

Resolución de problemas

12. Si el producto de dos expresiones es:
$(x + 1)^2(x + 2)(x + 5)$ y su MCD es $(x + 2)$.
El MCM de las expresiones es:

A) $x^3 + 7x^2$ B) $11x + 5$
C) $x^3 + 7x^2 + 11x + 5$ D) $x^2 + 11x + 5$
E) $x^3 + 7x^2 - 11x - 5$

13. Si la fracción:

$$F(x; y) = \frac{mx^2 + 18xy + 24y^2}{5x^2 + 3xy + ny^2}$$

es independiente de x e y. Calcula el valor de m + n.

A) 12 B) 8 C) 34
D) 6 E) –12

14. Sabiendo que la fracción:

$$F(x; y) = \frac{ax^2 + bxy + 24y^2}{5x^2 + 2xy + 8y^2}$$

toma un valor constante para todo valor de sus variables. Halla ab.

A) 45 B) 60 C) 84
D) 90 E) 12

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Verifica la verdad o falsedad, según corresponda:

I. La expresión: $\frac{x^3 + x + 9}{10}$ es una fracción algebraica. ( )

II. Las expresiones: $\frac{x - 3}{x^2 - 2x - 1}$; $\frac{20}{x}$ son fracciones algebraicas. ( )

III. Para dos o más expresiones se cumple la siguiente propiedad: ABC = MCD(A; B; C).MCM(A; B; C) ( )

A) VVF B) FVF C) FFF
D) FFV E) VFV

16. Indica el valor de verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

A) Si:

$$R = \frac{\frac{7t + 14a}{t^2 - 4at + 4a^2}}{\frac{t + 2a}{t - 2a}} \Rightarrow R = \frac{7}{t - 2a}$$ ☐

B) Si:

$$S = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + 1/m}} \Rightarrow S = \frac{m + 1}{m + 2}$$ ☐

C) Si:

$$T = \frac{\frac{x + 2}{3} - \frac{x + 14}{21}}{x - \frac{x}{21}} \Rightarrow T = 0,3$$ ☐

Razonamiento y demostración

17. Resuelve:

$$\left(\frac{x + 2}{x - 1} - \frac{x - 5}{x + 4}\right)(x^2 + 3x - 4)$$

A) 12x + 3 B) 12x C) 12x – 3
D) 3 E) 0

18. Reduce:

$$\frac{(mx + ny)^2 + (nx - my)^2}{x^2 + y^2}$$

A) m B) n C) m + n
D) $m^2 + n^2$ E) m – n

19. Factoriza:

$\frac{x^5 - 25x^3 + x^2 - 25}{x^5 - 16x^3 + x^2 - 16}$, e indica un factor del numerador.

A) x + 5 B) x + 4 C) x – 4
D) $x^2 + 1$ E) x – 1

20. Efectúa:

$$\frac{x^3 + 1}{x - 1 - \frac{x - 2}{x + 1}}$$

A) x + 1 B) $x^2 - x + 1$ C) $(x - 1)^{-1}$
D) $(x + 1)^2$ E) $(x - 1)^2$

21. Efectuando el producto:

$$\left[\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right]\left[\frac{3}{4x}+\frac{x}{4}-x\right]\text{, resulta:}$$

A) 0 B) $\frac{3-16x}{4}$ C) 3
D) ∞ E) 5

22. Calcula el valor de ab, si $(x-3)$ es el MCD de:
$P(x)=x^2-5x+a$
$Q(x)=x^2-4x+b$

A) 10 B) 12 C) 4 D) 15 E) 18

23. Reduce:

$$P=\frac{xy}{ab}+\frac{(x-a)(y-a)}{a(a-b)}+\frac{(x-b)(y-b)}{b(b-a)}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) –1

24. Si: $(y+z)^{-1}+(x+z)^{-1}+(x+y)^{-1}=0$

Calcula:

$$E=\left(\frac{x+y+2z}{x+y}\right)\left(\frac{2x+y+z}{y+z}\right)\left(\frac{x+2y+z}{x+z}\right)$$

A) $y+z$ B) $x+z$ C) $x+y$
D) –1 E) 1

Resolución de problemas

25. Si el MCD de los polinomios:
$P(x)=x^4-9x^2+mx+n$
$Q(x)=x^4+2x^3-7x^2+Px+q$
Es x^2-5x-6. Halla el grado del MCM de dichos polinomios.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 6 E) 7

26. El producto de dos polinomios es $(9x^2-1)^2$ y el cociente de su MCD y su MCM es $(3x-1)^2$. Determina el MCM.

A) $\pm(3x+1)$ B) $\pm(3x-1)$ C) $\pm(9x+1)$
D) $\pm(9x-1)$ E) $3x$

NIVEL 3

Comunicación matemática

27. Marca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

Si: $P(t)=(t+1)^2(t-2)(t+20)$
$Q(t)=(t+1)^3(t-9)t$
$R(t)=(t+1)^2(t^2+t+7)(t+6)$
$\Rightarrow$ MCD $(P(t); Q(t); R(t))=(t+1)^2$ ( )

Si: $P(t)=(t+3)(t-2)$
$Q(t)=(t-2)(t-10)$
$R(t)=(t-2)(t-3)$
$\Rightarrow$ MCM $(P(t); Q(t); R(t))=(t-2)(t-3)$ ( )

Si: $P(t)=(t^2+3t+1)(t^2+t+2)$
$Q(t)=(t+1)(t+2)$
$R(t)=(t+3)(t^2+t+2)$
$\Rightarrow$ MCM$(P(t); Q(t); R(t))=(t+1)(t+2)(t+3)(t^2+t+2)$ ( )

A) VFF B) FVV C) VFV
D) FFV E) VVF

28. Relaciona las fracciones con sus respuestas:

$\frac{a^2-b^2}{(ax+by)^2-(ay+bx)^2}$	$1-x$
$\frac{27x^3-9x^2y+3xy^2-\frac{y^3}{27}}{\left(3x-\frac{y}{3}\right)^2}$	$\frac{(x+1)^2}{(x-2)(x-3)}$
$1-\cfrac{1}{x+\cfrac{x-1}{x^2-\cfrac{x^3-1}{x-\frac{1}{x}}}}$	$\frac{1}{x^2-y^2}$
$\frac{x+\frac{2x-1}{x-2}}{x-\frac{5x-3}{x+1}}$	$3x-\frac{y}{3}$

Razonamiento y demostración

29. Si: P y Q son dos polinomios factorizables definidos por:
$P(x)=x^3+4x^2+ax+b$
$Q(x)=x^3+cx+d$
Tal que, el MCD(P; Q) $=(x-1)(x+3)$, entonces la suma de coeficientes del polinomio [MCM(P; Q)], es:

A) 9 B) 8 C) 6
D) 4 E) 0

30. Sean: a; b; c; $\in \mathbb{R}-\{0\}$; y además:
$(a+b+c)^2=3(ab+ac+bc)$

Calcula:

$$A=\frac{(a+b)^{10}}{a^6b^4}+\frac{(a+c)^{10}}{b^7a^3}+\frac{(b+c)^{10}}{b^7c^3}$$

A) 2048 B) 512 C) 1
D) 1024 E) 3072

31. Reduce:

$$\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}+\frac{2(x^3-x)}{x^4+x^3-x-1}$$

A) 0 B) x C) $2x$
D) 1 E) 2

32. Calcula el valor de a para que la fracción:

$$f(x) = \frac{x^3 - ax^2 + 19x - a - 4}{x^3 - (a+1)x^2 + 23x - a - 7}$$

admita simplificación.

A) 5 B) 6 C) 8
D) 7 E) 15

33. Si: $ax + by + cz + abcxyz = 0$

Calcula:

$$\frac{(ax+1)(by+1)(cz+1)}{(ax-1)(by-1)(cz-1)}$$

A) 0 B) 1 C) -1
D) abc E) $\frac{1}{abc}$

34. ¿Para qué valor de x la expresión E se anula?

$$E = \frac{1+x}{x^2-4} - \frac{4}{2x+1} + \frac{2x}{2x^2+5x+2}$$

A) 15 B) 17 C) 14
D) 12 E) 10

35. Reduce:

$$\frac{a^2x + b + c}{a^3x - bc}, \text{ si: } ab + ac + bc = 0$$

A) a B) b C) c
D) a^{-1} E) b^{-1}

36. Simplifica:

$$E = \frac{(a+b)^2 - c^2}{a^2 + ab - ac} \cdot \frac{a}{(a+c)^2 - b^2} \cdot \frac{(a-b)^2 - c^2}{ab - b^2 - bc}$$

A) 1/a B) a C) b
D) 1/c E) 1/b

Resolución de problemas

37. Si el MCM de dos polinomios es el trinomio $(x + y + z)$. Determina el MCD de estos si el producto de ellos es:

$$3x^8yz + x^6 + x^9y + x^5y + x^8z^2 + x^5z + x^9z + x + x^7y^2z + y + x^8y^2 + z + x^7yz^2$$

A) $x^7 + y^6 + z^5$
B) $x^5 + 1$
C) $xyz + x^8z + 1 + x^8y$
D) $x^8y + x^7yz + x^8z + x^5 + 1$
E) $x + y + z + 1$

38. Halla la suma de valores de "t" para que la fracción:

$$C = \frac{(t^t + 1)x - (251t^t + 1022)y + (t + 253)z}{x - (t^t - 2)y + (t - 3)z}$$

no dependa de las variables: x; y; z $(t \in \mathbb{Z}^+)$

A) 4 B) 1 C) 3
D) 2 E) 6

39. Si el MCD de los polinomios A(x) y B(x) es de grado 6. Halla el grado de su MCM si los polinomios son de grado 7 y 9, respectivamente.

A) 8 B) 10 C) 7
D) 11 E) 4

40. Si se verifica la siguiente identidad:

$$\frac{4x+9}{\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$$

Halla el valor de A + B.

A) 5 B) 4 C) 8
D) 7 E) 10

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. E
4. D
5. B
6. E
7. C
8. D
9. A
10. E
11. C
12. C
13. C
14. D

NIVEL 2
15. B
16.
17. A
18. D
19. A
20. D
21. C
22. E
23. B
24. D
25. D
26. A

NIVEL 3
27. A
28.
29. E
30. E
31. D
32. C
33. C
34. B
35. D
36. E
37. D
38. A
39. B
40. C

Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: POTENCIACIÓN

1 Halla un término central de:

$(2x + 1)^5$

A) $10x^5$ B) $20x^2$ C) x^6
D) $80x^3$ E) $25x^7$

2 Halla el t_5 del desarrollo de:

$(x^2 + 3y)^8$

A) $1749x^2y^7$ B) $8740x^4y^8$ C) $9671x^3y^2$
D) $4072x^5y^3$ E) $5670x^8y^4$

3 Determina el cuarto término del desarrollo de:

$(2x^2 - y^3)^6$

A) $-160x^6y^9$ B) $16x^6y^9$ C) $15x^6y^9$
D) $-150x^6y^9$ E) $160x^6y^9$

4 Si en el desarrollo de $P(x) = \left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^{22}$.

Existe un término de la forma: ax^{29}, ¿qué lugar ocupa dicho término?

A) 10.° B) 8.° C) 12.°
D) 6.° E) 4.°

5 ¿Cuántos términos constantes tiene el binomio $\left[\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right]^{10}$, en su desarrollo?

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 10

6 La suma de coeficientes del desarrollo de:

$P(x; y) = (2x^5 + 3y^4)^n$ es 15 625 y su sexto término es αx^5y^{20}, calcula el valor de α.

A) 2916 B) 2196 C) 2896
D) 2986 E) 2960

7 En el desarrollo del binomio $P(x; y) = (x^2 + y^b)^n$, t_6 posee como parte literal x^6y^{15}. Halla t_8.

A) $8x^2y^{21}$ B) $7x^4y^{24}$ C) $30x^5y^7$
D) $9x^8y^{18}$ E) x^2y^{21}

8 Calcula el valor de **n** si el desarrollo del binomio $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^n$ presenta exactamente 8 números naturales.

A) 12 B) 14 C) 13
D) 16 E) 18

9 Indica la cantidad de términos polinomiales del desarrollo de:

$$P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^3$$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 4 E) 1

10 Halla el valor de n, si el cuarto término de: $(x + 2)^n$ es $32x^a$.

A) –1 B) 5 C) 8
D) 2 E) 4

11 Simplifica la siguiente expresión:

$$E = \frac{C_5^{18} + C_6^{18} + C_7^{19} + C_8^{20}}{C_8^{22} - C_7^{21}}$$

A) 1/2 B) 2 C) 1/3
D) 3 E) 1

12 Halla el número de términos del desarrollo de

$$\left[\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{\sqrt{x}}\right]^{5n+2}$$

, si el término de lugar 25 tiene a x con exponente 44.

A) 56 B) 50 C) 44
D) 53 E) 48

13 En el desarrollo de:
$(x + y)^{30}$, t_5 contiene a x^ay^b.
Halla: $a + b$

A) 30 B) 40 C) 44
D) 25 E) 36

14 Resuelve:

$$\frac{(m+1)!}{125 - m} = (m - 2)!$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Claves

1. D	3. A	5. A	7. A	9. B	11. E	13. A
2. E	4. D	6. A	8. B	10. E	12. D	14. E

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Determina los valores de "x" que verifiquen la igualdad:

$C^{24}_{x+4} = C^{24}_{7}$

A) x = 3 B) x = 7
C) $x = 3 \vee x = 5$ D) $x = -2 \vee x = 10$
E) $x = 3 \vee x = 20$

2. Indica la veracidad o falsedad, según corresponda:

I. ( ) 0! = 0
II. ( ) Si: a! = 1 $\Rightarrow$ $a = 1 \vee a = 0$
III. ( ) Si: a! = b! $\Rightarrow$ a = b

A) VVF B) FFV C) VFF
D) FVF E) VFV

Razonamiento y demostración

3. Indica el número de soluciones de la ecuación:

$C^{20}_{x^2} = C^{20}_{x}$

A) 3 B) 6 C) 2
D) 5 E) 4

4. Determina el término central del desarrollo de:

$\left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right)^9$

A) 81x B) 63x C) 60x
D) 62x E) 61x

5. Dado el binomio $(x^3 - y)^5$
Calcula la suma de las potencias de la parte variable del t_4.

A) 14 B) 9 C) 13
D) 8 E) 11

6. Halla el t_3 del binomio: $(3x + y^2)^5$

A) $270x^3y^4$ B) $147x^2y^5$ C) $97x^4y^5$
D) $77x^3y^5$ E) $125x^2y^8$

7. Si se cumple: $C^{x+1}_{y} = C^{y+5}_{4}$
Calcula: x + y

A) 3 B) 5 C) 4
D) 12 E) 9

8. Calcula n:
$3 . 6 . 9 . ... . (3n - 3) . (3n) = 9^{n-12}n!$

A) 12 B) 18 C) 24
D) 8 E) 36

Resolución de problemas

9. Calcula el valor de **n** para que el cuarto término del desarrollo de la potencia $P(x; y) = (x^2 - y)^n$ presente a **x** con grado relativo igual a 10.

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 16

10. Halla el número de términos en el desarrollo de $(a^3 + b^2)^{2k}$, si la suma de los grados de los términos de su desarrollo es 275.

A) 8 B) 10 C) 11
D) 12 E) 15

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. **Memoria**
Memorice el texto durante 1 minuto; luego tape las descripciones y responda con SÍ o NO a las preguntas planteadas.

I. En la fórmula de Newton, si su desarrollo tuviese un número impar de términos, su término central tendrá la propiedad de tener los exponentes de sus bases iguales.

II. Si: $A(x; y) = (x + y)^n$, $n \in \mathbb{Z}^+$, el desarrollo es un polinomio homogéneo, completo y ordenado de grado "n".

III. En el desarrollo de $(x + r)^m$, $m \in \mathbb{Z}^+$, a partir del segundo término aparece "r" con exponente 1 y va aumentando de 1 en 1 hasta el mismo exponente "m".

A. En el desarrollo de $(x + y)^n$, $n \in \mathbb{Z}^+$ cuando "n" es par ¿sus dos términos centrales tienen la propiedad de tener los exponentes diferentes, pero sus coeficientes son iguales?

____

B. ¿Del binomio $(x + y)^n$ cuando $n \in \mathbb{Z}^-$ el desarrollo también es un polinomio homogéneo, completo y ordenado de grado "n"?

____

C. ¿En el desarrollo de $(x + y)^n$, $n \in \mathbb{Z}^+$ a partir del segundo término aparece "x" con exponente (n – 1) y va aumentando de 1 en 1 hasta el exponente 1?

____

12. Determina qué proposición es verdadera (V) o falsa (F) de las siguientes proposiciones:

( ) $C^{99}_{10} = C^{99}_{89}$
( ) $C^{7}_{2} + C^{7}_{3} = C^{7}_{3}$
( ) $C^{20}_{10} = 2C^{19}_{9}$

A) VFV B) FVF C) FFV
D) VFF E) VVF

Razonamiento y demostración

13. Calcula n en:
$2n! - (n - 1)(n - 1)! = 6! + 5!$

A) 9 B) 4 C) 3
D) 2 E) 6

14. Al hallar el término central de $(2x - 1)^8$, indica el coeficiente.

A) 1100 B) 1120 C) 1000
D) 1200 E) 800

15. Si: $C^{x^2}_{x} = C^{x^2}_{2x} \wedge C^{x+y}_{x-y} = 5$
Calcula: x + y

A) 2 B) 7 C) 3
D) 5 E) 6

16. Halla el coeficiente del término t_3 de:
$(x + y^2)^{20}$

A) 100 B) 150 C) 108
D) 170 E) 190

17. Halla el término de lugar 10 en la expansión de: $\left(27x^5 + \frac{1}{3x}\right)^{12}$

A) $220x^6$ B) $230x^6$ C) $250x^8$
D) $230x^8$ E) $220x^7$

18. Halla el lugar que ocupa un término del desarrollo de $(x^3 - 2x^{-2})^{13}$, que tiene como parte literal a x^{14}.

A) 9 B) 5 C) 6
D) 7 E) 2

19. Halla el término de lugar 14 en la expansión de:

$$\left(128x^7 - \frac{1}{2x}\right)^{15}$$

A) –200x B) –420x C) –210x
D) –182x E) 420x

20. Calcula "k", si: $\frac{(k+3)!(k+11)!}{(k+12)! + (k+11)!} = 18!$

A) 7 B) 5 C) 8
D) 6 E) 10

21. Si el producto de la suma de los coeficientes de los desarrollos de $(a + b)^m$; $(c + d)^n$; $(e + f)^p$ es 4096.

Halla: $\dfrac{m + n + p - 12}{mnp}$

A) 6 B) 2 C) 4 D) 0 E) 1

Resolución de problemas

22. ¿De cuántas maneras diferentes podrán caer un dado y una moneda si son lanzadas simultáneamente?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 36 E) 16

23. Dos viajeros llegan a hospedarse a un hotel que dispone de cinco habitaciones para darles cabida. Si ellos no comparten habitación, ¿de cuántas maneras diferentes se les podrá hospedar?

A) 5 B) 25 C) 4 D) 20 E) 16

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Relaciona las proposiciones acerca del desarrollo de:

$Z(x; y) = (2x + 3y)^{m+1}$; $m \in \mathbb{Z}^+$

A. Suma de coeficientes — I. $m + 2$
B. Grado de cada término — II. $m + 1$
C. Número de términos — III. 5^{m+1}

25. Según corresponda marque verdadero (V) o falso (F) de las siguientes proposiciones:

( ) $C_3^{13} + C_4^{13} = C_4^{14}$

( ) $C_2^{101} = 101$

( ) $C_2^{50} = \dfrac{1}{2} C_2^{49}$

A) VFF B) FFV C) VFV D) FVV E) FVF

Razonamiento y demostración

26. Calcula x, si:

$$\frac{(3x + 4)(3x + 4)!(3x + 6)!}{(3x + 5)! - (3x + 4)!} = 72!$$

A) 12 B) 30 C) 22
D) 21 E) 18

27. Resuelve: $C_{x^2}^{24} = C_{2x}^{24}$

A) {2; 4} B) {0; 2; 4} C) {1; 2; 4}
D) {2; 4; 6} E) {–6; 0; 2}

28. Efectúa: $\underbrace{C_n^{n+1} \cdot C_{n+1}^{n+2} \cdot C_{n+2}^{n+3} \ldots}_{\text{n factores}}$

A) 1 B) n! C) $\dfrac{n!}{5}$ D) $\dfrac{(2n)!}{n!}$ E) $\dfrac{n!}{5n}$

29. Calcula el término independiente en el desarrollo de: $(-3 + 2x^2)^5$

A) –1215 B) 243 C) –243 D) –405 E) –1200

30. Halla el GA del 5.° término de: $\left(x^n + \dfrac{1}{x^m}\right)^{12}$

Si el GA del 9.° término es 0 y del 4.° término es 15.

A) 10 B) 12 C) 18 D) 9 E) 21

31. Halla el valor de:

$$P = \underbrace{\frac{0!}{2!} + \frac{1!}{3!} + \frac{2!}{4!} + \frac{3!}{5!} + \ldots}_{\text{"26" sumandos}}$$

A) $\dfrac{2}{5}$ B) $\dfrac{3}{4}$ C) $\dfrac{24}{25}$ D) $\dfrac{22}{23}$ E) $\dfrac{26}{27}$

Resolución de problemas

32. Si el grado absoluto del 7.° término del desarrollo de: $P(x; y; z) = (x^2y + z)^n$ es 30. Halla el grado de su término central.

A) 28 B) 20 C) 10 D) 26 E) 30

33. En el desarrollo de $P(x) = \left(mx^2 + \dfrac{n}{x}\right)^{m+n}$ existe un término cuyo exponente de la variable es 2, además la suma de coeficientes es 2^{64}. Señala qué lugar ocupa dicho término.

A) 10 B) 9 C) 11 D) 12 E) 8

34. Calcula el coeficiente del sexto término del desarrollo de: $P(x; y) = (x + 2y)^n$ sabiendo que su quinto término es: $2kC_4^k x^{k-4} y^4$.

A) 1590 B) 1792 C) 1790 D) 1723 E) 1292

35. En el desarrollo de $R(x) = \left(3x^2 + \dfrac{1}{9x}\right)^9$ existe un término t_k cuyo exponente de la variable es cero. Halla el valor de k.

A) 6 B) 5 C) 7 D) 9 E) 4

36. Calcula el valor de "n" para que el 6.° término del desarrollo de la potencia $Q(x; y) = (x^2 - y^3)^n$ presente a **x** con grado relativo igual a 8.

A) 8 B) 10 C) 11 D) 9 E) 14

Claves

NIVEL 1	8. C	15. D	23. D	30. B
1. C	9. B	16. E		31. E
2. D	10. C	17. A	NIVEL 3	32. A
3. A		18. C	24.	33. C
4. B	NIVEL 2	19. C	25. A	34. B
5. B	11.	20. D	26. C	35. C
6. A	12. A	21. D	27. B	36. D
7. D	13. E	22. C	28. D	
	14. B		29. C	

Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: RADICACIÓN – RACIONALIZACIÓN

1 Simplifica:

$R = \sqrt[3]{-\frac{1}{343}x^{24}y^{72}}$

A) $-x^8y^{24}$ B) $-\frac{1}{7}x^8y^{24}$ C) $-\frac{1}{7}x^8y^{20}$
D) x^8y^{24} E) xy

2 Racionaliza:

$\frac{15}{\sqrt[4]{3}}$

A) $5\sqrt[4]{9}$ B) $\sqrt[4]{9}$ C) $5\sqrt[4]{27}$
D) $\sqrt[4]{27}$ E) $8\sqrt[4]{9}$

3 Racionaliza:

$\frac{20}{\sqrt[3]{5}}$

A) $8\sqrt[3]{5}$ B) $4\sqrt[3]{5}$ C) $6\sqrt[3]{125}$
D) $4\sqrt[3]{25}$ E) $\sqrt[3]{25}$

4 Al racionalizar el denominador de:

$\frac{1}{\sqrt[5]{x^{27}y^3z^{11}}}$, se obtiene:

A) x^6yz^3 B) $x^5y^4z^3$ C) xyz^3
D) $x^2y^2z^4$ E) 1

5 Transforma a radicales simples:

$\sqrt{9+4\sqrt{2}}$

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{2}+1$ E) $2\sqrt{2}+1$

6 Calcula:

$S = \sqrt{8-2\sqrt{15}}+\sqrt{3}$

A) $-\sqrt{5}$ B) 3 C) 4
D) 5 E) $\sqrt{5}$

7 Efectúa:

$S = \sqrt{10 + 2\sqrt{24}} - \sqrt{6}$

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{2}$
D) 3 E) 4

8 Efectúa:

$R = \sqrt{12 - 2\sqrt{27}} + \sqrt{3}$

A) 2 B) 6 C) 8
D) 4 E) 3

9 Transforma:

$N = \sqrt{9 + 2\sqrt{18}} - \sqrt{6}$

A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) 3
D) $-\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

10 Efectúa:

$T = \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} - \sqrt{6}$

A) $\sqrt{5}$ B) $-\sqrt{5}$ C) $\sqrt{3}$
D) $-\sqrt{3}$ E) 2

11 Efectúa:

$Y = \sqrt{20 + 2\sqrt{91}} - \sqrt{13}$

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{5}$ C) $\sqrt{13}$
D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{5}$

12 Si luego de simplificar:

$P = \dfrac{\sqrt{8 + \sqrt{48}}}{\sqrt{8 - 4\sqrt{3}}}$

se obtiene: $a + \sqrt{a+1}$

Calcula: $\sqrt[3]{a^{a+1}}$

A) 1 B) 2 C) $\sqrt[3]{81}$
D) –1 E) 25

13 Determina:

$S = \sqrt{9 - \sqrt{56}} - \sqrt{12 + \sqrt{140}} + \sqrt{2} + \sqrt{5}$

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

14 Determina el denominador racionalizado de:

$M = \dfrac{\sqrt{26 - 15\sqrt{3}}}{5\sqrt{2} - \sqrt{38 + 5\sqrt{3}}}$

A) 3 B) 2 C) 5
D) 4 E) 1

Claves

1. B 3. D 5. E 7. B 9. E 11. D 13. C
2. C 4. A 6. E 8. E 10. B 12. B 14. A

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. En esta sopa de letras se han perdido los siguientes conceptos referentes a la radicación. Encuéntralos:

Radicales: Dobles – Homogéneos – Semejantes.
Factor: Racionalizante – Radicación y Racionalización

A	S	C	B	S	D	G	I	F	Y	R	A	X	J	N
H	E	Y	G	X	H	O	M	O	G	E	N	E	O	S
X	T	T	J	L	M	Z	Q	Z	N	V	F	I	D	E
I	N	D	N	F	R	A	D	I	C	A	C	I	O	N
C	A	N	P	A	H	O	T	Y	N	A	T	S	U	R
S	J	B	K	I	Z	V	R	D	Z	R	U	V	O	B
Y	E	D	O	B	L	I	X	I	H	O	Y	K	Q	C
T	M	E	C	J	M	O	L	H	Q	U	S	P	T	G
Z	E	A	S	H	S	A	K	A	P	B	F	S	C	A
I	S	X	T	R	N	T	E	J	N	L	X	E	P	I
D	D	B	C	O	D	O	B	P	L	O	K	M	F	L
Z	J	M	I	Z	H	Y	G	H	N	J	I	E	V	E
E	V	C	E	A	B	R	D	G	V	M	P	C	Q	X
U	A	G	X	D	J	S	E	L	B	O	D	T	A	H
R	F	C	H	N	K	I	O	V	K	Z	L	M	S	R

2. De los denominadores binomios presentados en sus diferentes formas, elige con acierto sus respectivos factores racionalizantes.

Denominadores binomios:

I. $\sqrt{5}+\sqrt{3}$

II. $\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}$

III. $7+\sqrt{3}$

IV. $\sqrt[3]{7^2}-\sqrt[3]{3^2}$

V. $(\sqrt{3}-1)^2$

Factores racionalizantes (FR):

A. $\sqrt[3]{7^4}+\sqrt[3]{7^2.3^2}+\sqrt[3]{3^4}$ ... ☐

B. $7-\sqrt{3}$ ... ☐

C. $2+\sqrt{3}$ ... ☐

D. $\sqrt[3]{2^2}-\sqrt[3]{2.3}+\sqrt[3]{3^2}$ ... ☐

E. $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ... ☐

Razonamiento y demostración

3. Efectúa:

$L=\dfrac{4}{\sqrt[3]{2}}+\dfrac{12}{\sqrt[3]{2}}$

A) $8\sqrt[3]{4}$ B) $10\sqrt[3]{4}$ C) $\sqrt[3]{4}$
D) $\sqrt[3]{2}$ E) $16\sqrt[3]{2}$

4. Efectúa:

$S=\dfrac{5}{\sqrt{2}}-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{8}$ C) $2\sqrt{3}$
D) 2 E) 0

5. Transforma: $M=\sqrt{28-2\sqrt{75}}+\sqrt{3}-\sqrt{4}$

A) 3 B) 2 C) 4
D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{5}$

6. Efectúa:

$\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

7. Racionaliza:

$\dfrac{\sqrt{12+2\sqrt{27}}}{\sqrt{12-2\sqrt{27}}}$, e indica el denominador de la expresión racionalizada.

A) 5 B) 10 C) $5+\sqrt{3}$
D) $2+\sqrt{3}$ E) $2-\sqrt{3}$

8. Efectúa:

$Q=\sqrt{19+2\sqrt{48}}-\sqrt{3}$

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

9. Efectúa:

$M=\sqrt{11+\sqrt{40}}-\sqrt{10}$

A) 2 B) 3 C) 11 D) $\sqrt{11}$ E) 1

Resolución de problemas

10. Proporciona el valor más simple que asume:

$$\sqrt{6}\left[\sqrt{\frac{\sqrt{48}+\sqrt{3}-\sqrt{125}}{\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{180}}}+\frac{3+2\sqrt{15}}{6}\right]-\sqrt{5}$$

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $5\sqrt{2}$ E) $\sqrt{6}$

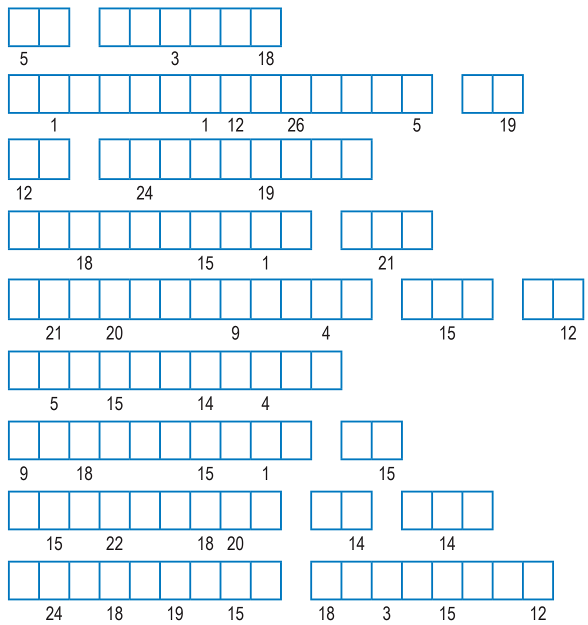
11. Si al dividir $\sqrt{26-2\sqrt{7}}$ entre $\sqrt{3}-\sqrt{7}$ se obtiene una expresión de la forma $a+\sqrt{b}$, donde **a** y **b** son enteros positivos, entonces (a^2-b) es:

A) 9 B) 15 C) 29
D) 2 E) 18

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. El manuscrito misterioso.
A continuación se ha escrito un concepto en clave.
¿Puedes descifrarlo? Ten en cuenta que cada casilla tiene un número que representa a una letra del alfabeto; por ejemplo:
1 = A; 2 = B; 3 = C; 4 = D; ... no considere: (Ñ; LL; CH)



13. Completa la siguiente secuencia de resolución:

I. $\sqrt[9]{a^9b^{27}c^{20}d^{10}} = \sqrt[9]{a^{\square}(b^3)^{\square}(c^2)^{\square}c^{\square}d^{\square}d}$

$= \sqrt[9]{a^{\square}}\sqrt[9]{(b^3)^{\square}}\sqrt[9]{(c^2)^{\square}}\sqrt[9]{d^{\square}}\sqrt[9]{c^{\square}d}$

$= a^{\square}b^{\square}c^{\square}d^{\square}\sqrt[9]{c^{\square}d}$

$\therefore \sqrt[9]{a^9b^{27}c^{20}d^{10}} =$ ____________________

II. $\sqrt{10+\sqrt{84}} = \sqrt{10+\sqrt{4.\square}} = \sqrt{10+2\sqrt{\square}}$

$= \sqrt{(7+\square)+2\sqrt{\square.\square}}$

$\therefore \sqrt{10+\sqrt{84}} = \sqrt{\square}+\sqrt{\square}$

III. $\dfrac{7}{\sqrt[7]{x^3}} = \dfrac{7}{\sqrt[7]{x^3}}\left(\dfrac{\sqrt[7]{x^{\square-\square}}}{\sqrt[7]{x^{\square-\square}}}\right)$

$= \dfrac{7\sqrt[7]{x^{\square}}}{\sqrt[7]{x^3}\sqrt[7]{x^{\square}}} = \dfrac{7\sqrt[7]{x^{\square}}}{\sqrt[7]{x^{\square}}}$

$= \dfrac{7\sqrt[7]{x^{\square}}}{x^{\square}}$

$\therefore \dfrac{7}{\sqrt[7]{x^3}} =$

Razonamiento y demostración

14. Reduce:

$$\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

A) 1　　B) 4　　C) 7
D) 14　　E) 16

15. Racionaliza:

$$\frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}}$$

A) $\sqrt{x^2-1}+1$　　B) $\sqrt{x^2+1}-x$
C) $\sqrt{x^2-1}+x$　　D) $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$
E) $\sqrt{x^2-1}-x$

16. Efectúa:

$$S = \frac{24}{\sqrt[3]{3}} - \frac{16}{2}\sqrt[3]{9}$$

A) 1　　B) $2\sqrt[3]{9}$　　C) $\sqrt[3]{9}$
D) 2　　E) 0

17. Efectúa: $M = \sqrt{11-2\sqrt{30}} - \sqrt{9+2\sqrt{18}} + \sqrt{5}$

A) $\sqrt{3}$　　B) $-\sqrt{3}$　　C) 0
D) 2　　E) 3

18. Halla el denominador racionalizado:

$$F = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{6}+\sqrt{15}+\sqrt{2}+\sqrt{5}}$$

A) 1　　B) 3　　C) 5
D) 6　　E) 7

19. Si:

$\sqrt{7+2\sqrt{10}} = \sqrt{a-1}+\sqrt{b-3}$; $a > b$

Halla: $\sqrt{a-b}$

A) 2　　B) 3　　C) 4
D) 5　　E) 1

20. Racionaliza:

$$\frac{8}{\sqrt{15}+\sqrt{5}-\sqrt{3}-1}$$

y da como respuesta el denominador racionalizado.

A) 1　　B) 2　　C) 3
D) 4　　E) 5

Resolución de problemas

21. Calcula el valor de:

$$\frac{\alpha\cdot\theta}{\delta}$$

Si el radical doble: $\sqrt{\alpha x+\theta y+\sqrt{(\alpha\theta+\delta)xy}}$, puede descomponerse en radicales simples.

A) $\frac{1}{5}$　　B) $\frac{1}{2}$　　C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{3}$　　E) $\frac{1}{6}$

22. Una fracción tiene como base en su denominador a los factores: m; n y p. Además:
El denominador de $GR(m) = \frac{3}{7}$, $GR(n) = \frac{14}{49}$ y $GR(p) = \frac{2}{14}$
Determina el denominador luego de racionalizarlo.

A) $m^{14}n^{7}\sqrt[7]{m^3n}$ B) $mnp\sqrt[7]{mnp}$ C) $p^{\frac{2}{7}}n\sqrt[7]{m^2np^2}$
D) $\sqrt[7]{mn^2p}$ E) mnp

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. Determina qué relación es la correcta entre P y Q, si:
$P = \sqrt{5+\sqrt{24}}$ y $Q = \sqrt{4+\sqrt{12}}$

A) $P < Q$ B) $\frac{1}{P} - \frac{2}{Q} > 0$ C) $\frac{Q}{P} > 0$
D) $P = \frac{1}{2} + Q$ E) $\sqrt[Q]{P} < 0$

24. Qué alternativas son correctas:

I. Si: $\frac{\sqrt[7]{7a^{10}b^{16}c^{21}}}{\sqrt[7]{63a^3b^2c}}$, entonces su factor racionalizante es: $\sqrt[7]{(9c)^6}$.

II. La transformación del radical doble: $\sqrt{4+\sqrt{12}}$, a su radical simple es: $1+\sqrt{3}$.

III. Del siguiente grupo de radicales:
$\sqrt[9]{x^2}$; $\sqrt[9]{x^7}$; $\sqrt[9]{10x}$; $34\sqrt[9]{10x}$; $-2\sqrt[9]{10x}$; $7\sqrt[9]{x^7}$ hay tan solo un grupo de radicales semejantes.

IV. Luego de homogenizar los radicales: $\sqrt[6]{a^5}$; $\sqrt[3]{b^2}$; $\sqrt[4]{c^3}$
obtenemos: $\sqrt[12]{a^{10}}$; $\sqrt[12]{b^8}$; $\sqrt[12]{c^{10}}$.

A) Solo I B) Solo II C) Solo I, III y IV
D) Solo I, II E) Solo III y IV

Razonamiento y demostración

25. Efectúa:
$$T = \left(\frac{28}{\sqrt{7}} - \frac{7}{\sqrt{7}}\right)^2 - \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^6$$

A) 21 B) 30 C) 40 D) 36 E) 51

26. Calcula:
$$M = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}$ D) 1 E) 0

27. Efectúa:
$$A = \sqrt{11+2\sqrt{30}} + \sqrt{13-2\sqrt{40}}$$

A) $\sqrt{3}+2$ B) 2 C) $\sqrt{6}-\sqrt{8}$
D) $\sqrt{2}(1-\sqrt{3})$ E) $\sqrt{2}(2+\sqrt{3})$

28. Si: $M = (2\sqrt{6}-1)(\sqrt{25+2\sqrt{24}})$
Calcula el opuesto de M.

A) 24 B) 25 C) 26 D) –24 E) –23

29. Calcula:
$$C = \sqrt{3+\sqrt{7}}\left(\sqrt{13+\sqrt{7}} - \sqrt{5+\sqrt{7}}\right)$$

A) $\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 14 E) 15

30. Halla (a^2+b^2), si:
$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$$

A) 11 B) 17 C) 16 D) 9 E) 13

31. Descomponer en radicales simples:
$$E = \sqrt{3+\sqrt{3}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}$$

A) $\sqrt{3}+1$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}-1$
D) $\sqrt{3}+2$ E) $\sqrt{5}-\sqrt{2}$

32. Calcula A^2, en:
$$\sqrt{13} + A = \frac{7}{\sqrt{12}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{13}+\sqrt{12}}$$

A) 10 B) 5 C) 3 D) –2 E) 8

Resolución de problemas

33. Sea:
$$M = \frac{\sqrt{a^2+ax+x^2} - \sqrt{a^2-ax+x^2}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}$$
Donde "a" es un número real positivo. Si: $x = 0$; entonces M es un número real igual a:

A) 1 B) $\sqrt{a}$ C) $\sqrt{a^{-1}}$
D) $2\sqrt{a^3}$ E) $\sqrt{a}+1$

34. La equivalencia de la expresión:
$$B = \sqrt{(0,12+0,02\sqrt{35})(0,14-0,02\sqrt{33})}$$
es: $\sqrt{0,000x} - \sqrt{0,000y} + \sqrt{0,000z} - \sqrt{0,000w}$
Determina:
$$T = \left(\frac{x+z}{66}\right)^{w-y}, \text{ siendo: } w > y$$

A) 64 B) 32 C) 10 D) 2 E) 1

Claves

NIVEL 1			NIVEL 3	
1.	8. B	15. E	23. C	30. E
2.	9. E	16. E	24. D	31. A
3. A	10. A	17. B	25. D	32. B
4. A	11. E	18. B	26. E	33. B
5. A	NIVEL 2	19. E	27. E	34. A
6. D	12.	20. A	28. E	
7. D	13.	21. D	29. C	
	14. D	22. E		

Aplicamos lo aprendido

TEMA 5: NÚMEROS COMPLEJOS

1 Calcula:
$M = i^{343}$

A) $-i$ B) i C) 1
D) -1 E) 2

2 Calcula:
$M = i^{4683} + i^{-527}$

A) $2i$ B) $-i$ C) 1
D) 0 E) -1

3 Calcula: $R = (1 + i)^{16}$

A) 256 B) 128 C) 128i
D) 256i E) -128

4 Reduce:
$A = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^9$

A) 5 B) 4 C) 20
D) 1 E) 0

5 Halla a y b:
$[(4+5i)+(1+5i)] \cdot (1+i) = a + bi$

A) -5 y 15 B) 5 y -15 C) 5 y 10
D) 1 y 2 E) -1 y 2

6 Si $(2 + 3i)a - 2i = 8 + 7i - b$, entonces halla el valor de $a + b$.

A) 1 B) 0 C) 3
D) 6 E) 5

7 La expresión:

$z = \sqrt{\dfrac{7i - 1}{1 + i}}$; es equivalente a:

A) $1 - i$ B) $1 + i$ C) $2 + i$
D) $2 - i$ E) $1 + 2i$

8 Efectúa:

$z_1 = \dfrac{3 + 2i}{1 + 5i} + \dfrac{1}{2}i$

A) i B) $-\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{1}{2}$
D) $\dfrac{1}{4}i$ E) $-\dfrac{1}{4}$

9 Calcula el módulo del complejo:

$P = \sqrt{2} + \sqrt{3}\,i$

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) 5
D) 7 E) $\sqrt{7}$

10 Si: $T = \dfrac{z - \overline{z}}{3z + z^2}$, además: $z = 2 + 3i$.

Halla Im(T).

A) 16 B) 35 C) $\dfrac{6}{325}$
D) 27 E) $\dfrac{3}{221}$

11 Reduce:

$\dfrac{(a + b + ci + di)^2 + (a + b - ci - di)^2}{(a + b + c + d)(a - c + b - d)}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

12 Simplifica:

$\dfrac{(1 + i)^3}{1 - i^3}$

A) 1 B) $2i$ C) 3
D) -2 E) 4

13 Sea el complejo $z = 1 + i$, calcula: z^{12}

A) -64 B) 63 C) 64
D) 59 E) 50

14 Halla el argumento principal de z si:

$z = \sqrt{3} + i$

A) 30° B) 45° C) 53°
D) 60° E) 37°

Claves

1. A	3. A	5. A	7. C	9. A	11. B	13. A
2. D	4. E	6. E	8. C	10. E	12. B	14. A

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. **Memoria**

Memoriza el texto durante 2 minutos, luego tapa las descripciones y responde con SÍ o NO las preguntas planteadas:

- Las cantidades imaginarias son aquellos números que resultan de extraer una raíz de índice par a un número real negativo.
- Todo número complejo z escrito en su forma binómica z = a + bi puede representarse en su forma cartesiana z = (a; b): El eje horizontal (x) representa las cantidades reales y el eje vertical (y) representa las cantidades imaginarias.
- El afijo de un número complejo se representa por un par ordenado formado por la parte real y el coeficiente de la parte imaginaria.
- Los complejos conjugados (z) son aquellos que difieren en el signo de la parte imaginaria mientras que los complejos opuestos (z*) difieren en los signos de la parte real e imaginaria, respectivamente.

Preguntas:

A) ¿Los números imaginarios resultan de extraer la raíz impar de un número racional negativo?

____

B) ¿En la representación de su forma cartesiana de un número complejo, el eje horizontal (x) puede representar también las cantidades irracionales y el eje vertical (y) las cantidades imaginarias?

____

C) ¿Los complejos conjugados difieren en el signo de la parte imaginaria y en los complejos opuestos solo en la parte real?

____

2. **Memoria**

Tapa los recuadros de las 2 columnas de la izquierda, lee atentamente las palabras del recuadro de la derecha, considera 2 minutos. Por último, tápalo y señala en los recuadros de la izquierda las palabras memorizadas respecto a los números complejos, así como a sus diferentes formas de expresarlas.

Racionales	Polos	Reales
Reales	Negativos	Imag. puros
Negativos	Nulos	Nulos
Imag. puros	Unid. inferencial	Iguales
Diferentes	Opuestos	Opuestos
Conjugados	Geométrica	Conjugados
Trigonométrica	Diferentes	Polar
Exponencial	Iguales	Trigonométrica
Unid. imaginaria	Logarítmico	Exponencial
Estadística	Exponencial	Unid. imaginaria

Razonamiento y demostración

3. Calcula:

$$N = \frac{(1+i)^2(1+3i)}{i-3}$$

A) 2 B) –2 C) i – 3
D) i + 3 E) 3 – i

4. Efectúa:

$$\frac{[(2+i)^2-(2-i)^2](3+2i)(2-i)}{1-8i}$$

A) 1 B) –8 C) i
D) –8i E) 0

5. Para n entero y positivo, calcula:

$$z_1 = \frac{(1+i)^n}{(1-i)^{n-2}}$$

A) $4i^n$ B) $3i^n$ C) $-2i^{n+1}$
D) i^{n+1} E) $2i^n$

6. Halla la raíz cuadrada de:

$z = 12 + \sqrt{52}\,i$

A) $\sqrt{13} - i$ B) $-1-\sqrt{13}\,i$
C) $\sqrt{13} + i$ D) i
E) $-\sqrt{13} - i$

7. Calcula: $E = i^{32} + i^{4376} + i^{9980^0}$

A) 1+2i B) 2 + i C) 3i
D) 4 E) 5

8. Calcula: $\dfrac{(1+i)^2-(1-i)^2}{(1+i)^4}$

A) 4 B) i C) –i
D) 1 E) –1

9. Si z = 1 + i, calcula el valor de:

$$\left(\frac{1}{z}\right)^{\left(\frac{1}{z}\right)^{(\bar{z})^4}}$$

A) –1 B) –2 C) –4
D) –8 E) –12

Resolución de problemas

10. Un número complejo más su inverso es igual al conjugado de dicho número. El número complejo es:

A) 1 + i B) $\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

C) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}i$ D) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}i$

E) $\pm\dfrac{i}{\sqrt{2}}$

11. $P(z) = az^2 + bz + c$; $\{a; b; c\} \in \mathbb{C} - \{(0; 0)\}$ además α, β son las raíces de P(z); y $b^2 - 4ac = 2a(a - c)$,
Halla: $(\alpha+\beta)^2 + (\alpha-\beta)^2$

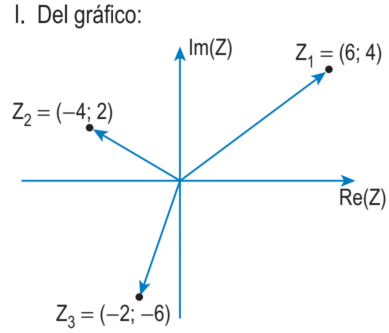
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Cuáles de las proposiciones son verdaderas.

I. Del gráfico:



Se puede afirmar que: $z_2^{4^{z_1+z_2+z_3}} = z_2$

II. Luego de resolver:

$$1-\cfrac{i}{1-\cfrac{i}{1-\cfrac{i}{1-i}}}$$

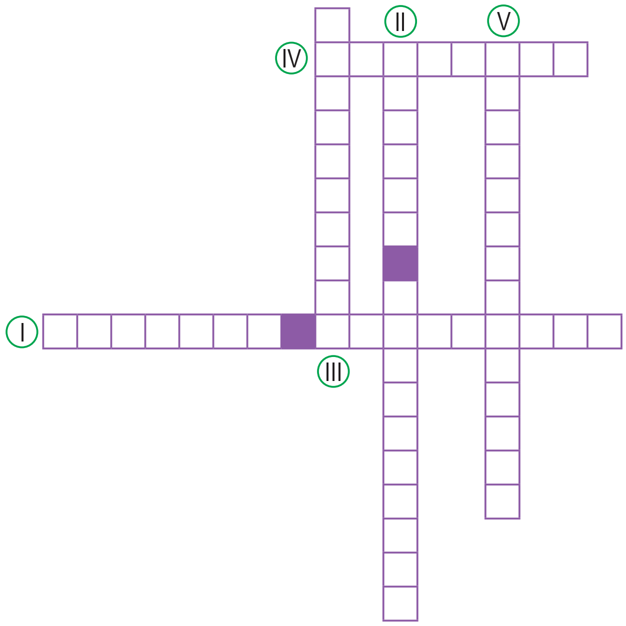
obtenemos: $\frac{1}{3}(4-2i)$

III. Al simplificar: $\dfrac{|3-i|(1+i)}{|i+2|(5+i)}$

resulta: $\dfrac{\sqrt{2}}{13}(3-2i)$

A) I B) II C) III
D) I y II E) II y III

13. Según los enunciados, escribe lo que corresponda de cada uno junto a su número respectivo:



I. Están formados por la unión de una parte real y otra imaginaria.
II. El número complejo (0; 1); que tiene como notación particular i = (0; 1) se denomina:
III. Son aquellos complejos que solo difieren en el signo de la parte imaginaria.
IV. Son aquellos complejos que difieren en los signos de la parte real e imaginaria, respectivamente.
V. Es una representación también del número complejo: $z = a + bi$ cuando adopta la forma: $z = |z|(\cos\theta + i\operatorname{sen}\theta)$

Razonamiento y demostración

14. Sabiendo que: $z = \dfrac{a+2i}{b-3i}$; es un número real.
$w = \dfrac{b+(a+8)i}{a+bi}$;
es un número imaginario puro.
Indica: $a - b$.

A) –12 B) 10 C) 24 D) 8 E) –10

15. Calcula: $(\sqrt{2}\,i - 1)^5$

A) $1 + 11\sqrt{2}\,i$ B) $i + 1$ C) $-1 - 11\sqrt{2}\,i$
D) $1 + 11\sqrt{3}\,i$ E) $-1 - i$

16. Calcula:
$$\frac{2006+2005i}{2005-2006i} + \frac{2005+2004i}{2005i-2004} + \frac{2007+2006i}{2006-2007i}$$

A) 0 B) 1 C) –i D) i E) –1

17. Sea: $\dfrac{(2+i)^5}{2+i^5} = x + yi$; halla $x + y$.

A) 24 B) –7 C) 17
D) 16 E) 18

18. Determina el número de valores reales de a:
Si: $E = (a+i)^4 \in \mathbb{R}$
Siendo: $i^2 = -1$

A) 4 B) 1 C) 2 D) 3 E) Infinitos

19. Si se cumple:
$z_1 = \sqrt{a^{2b} - b^{2a} + 2a^b b^a i}$
$z_2 = \sqrt{b^{2a} - a^{2b} + 2a^b b^a i}$
Siendo: $z_1 + z_2 = ab(1 + i)$
Calcula: $\dfrac{b^{a-1}}{a} + \dfrac{a^{b-1}}{b}$

A) 1 B) 2b C) a D) b E) 3a

20. Sea $w = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
Halla:
$$P = \frac{(a+b)(a+bw)(a+bw^2)}{(aw^2+bw)(bw^2+aw)}$$

A) $\dfrac{a}{b}$ B) $a - b$ C) $\dfrac{a+b}{a-b}$
D) $a^3 - b^3$ E) $a + b$

Resolución de problemas

21. Se tiene el número complejo A cuyo módulo es $\sqrt{7}$ y que al dividirlo por su conjugado obtenemos como cociente un imaginario puro. Determina la diferencia entre A y $\bar{A}$.

A) $-\sqrt{14}$ B) $-\sqrt{15}$ C) $-\sqrt{16}$
D) $-\sqrt{17}$ E) $-\sqrt{18}$

22. Se plantea el siguiente número complejo:
$T = (q + 3) - 10i$,
cuyo argumento **E** se encuentra en el cuarto cuadrante (IVC).
Si: $T^* . \bar{T} = -125$
Determina dicho argumento, en grados sexagesimales.

A) 300° B) 306,5° C) 279°
D) 295° E) 296,5°

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. Luego de realizar las operaciones aritméticas con los complejos:
$z_1 = 7 - 5i \;\wedge\; z_2 = 6 + 5i$
Relaciona las proposiciones con sus respectivos resultados:

A) $\left|\dfrac{z_1 - z_2 + 2}{z_1 - z_2 + i}\right|$ •
B) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{z_1}{\bar{z}_1} + \dfrac{\bar{z}_2}{z_2}\right)$ •
C) $\operatorname{Re}(z_1 - \bar{z}_2)$ •
D) $\operatorname{Im}(\bar{z}_1 + z_2)$ •

• $\dfrac{\sqrt{109}}{83}$
• 10
• $\sqrt{\dfrac{109}{82}}$
• $\dfrac{1}{4514}(1139 - 4355i)$
• –1
• 1

24. De las proposiciones indicadas, señala aquellas que no son necesariamente correctas acerca de los números complejos “A” y “B”.

I. El opuesto de su suma es igual a la suma de sus opuestos.
II. El opuesto de su diferencia es igual a la suma de sus opuestos.
III. El opuesto de su producto es igual al producto de sus opuestos.
IV. Si “A” es igual a su opuesto, entonces “A” es real.

Razonamiento y demostración

25. Simplifica:

$z_2 = i^{343} + i^{7331} + i^{4742} + i^{2876}$

A) 2i B) 3i C) 4i
D) –2i E) – 3i

26. Halla a y b, en:

$$\frac{3+2i}{2+\frac{1}{i}} + \frac{5-i}{2i} + 2i = a + bi$$

A) $\frac{3}{10}$ y $\frac{9}{10}$ B) $\frac{2}{9}$ y $\frac{9}{10}$ C) $-\frac{3}{10}$ y $\frac{9}{10}$
D) 1 y – 3 E) 1 y 3

27. Calcula: $y - x$

Si: $\frac{x-1}{3+i} + \frac{y-1}{3-i} = i$

A) 2 B) 5 C) 10
D) 1 E) 0

28. Indica un valor del complejo z, si:

$$z = \sqrt{2\sqrt{i} - \sqrt{i^{17} + i^5}}$$

y da como respuesta el módulo de z.

A) 4 B) 2 C) $2\sqrt{2}$
D) 1 E) $\sqrt{2}$

29. Simplifica:

$$z = \left[\left[\left(\frac{3+i}{2-i}\right)^{i}\right]^{2}\right]^{i^3}$$

A) 3i B) i C) 2i
D) –i E) –3i

30. Se tiene la siguiente función f: $\mathbb{C} \to \mathbb{R}$ definida por:

$f(a + bi) = f(b) + if(a)$, halla: $\sum_{k=1}^{2002} f(k + i)$

A) 2002 B) 2001 C) 0
D) 1 E) 2002 + 200i

31. Halla el módulo y argumento principal de:

$$z = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{1-i} . i^{i}$$

A) $e^{-\frac{\pi}{4}}; \frac{5\pi}{4}$ B) $e^{\frac{\pi}{2}}; \frac{\pi}{2}$ C) $e^{\frac{\pi}{2}}; \frac{\pi}{5}$
D) $e^{\pi}; \frac{\pi}{6}$ E) $e^{-\pi}; \frac{\pi}{4}$

Resolución de problemas

32. Se sabe que: 1, w, w^2 son las raíces cúbicas de la unidad. Determina el resultado de multiplicar la suma de los reales: M, N por los factores $(Mw + N)$ y $(Mw^2 + Nw^3)$.

A) $M^3 + N^3$ B) $M^3 – N^3$ C) $M^2 + N^2$
D) M + N E) M + 2N

33. Halla el número complejo que multiplicado por “1 + i” da otro complejo cuyo módulo es P, su componente real S (S > 0) y que esté en el primer cuadrante (IC). ($P^2 > S^2$)

A) $\frac{1}{2}(S + \sqrt{P^2 - S^2} - (\sqrt{P^2 - S^2} - S)i)$

B) $\frac{1}{3}(S + \sqrt{P^2 + S^2} - (\sqrt{P^2 + S^2} + S)i)$

C) $\frac{1}{4}(S - \sqrt{P^3 + S^3} - (\sqrt{P^3 + S^3} + s)i)$

D) $\frac{1}{2}(S + \sqrt{P^2 - S^2} + (\sqrt{P^2 - S^2} - S)i)$

E) $\frac{1}{2}(S^2 + \sqrt{P - S} + (\sqrt{P^2 - S^2} + S)i)$

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2	NIVEL 3	
1.	8. C	15. C	23.	30. C
2.	9. C	16. D	24.	31. A
3. A	10. E	17. C	25. D	32. A
4. B	11. D	18. D	26. A	33. D
5. C	12. D	19. A	27. C	
6. C	13.	20. E	28. E	
7. B	14. E	21. A	29. C	
		22. E		

MARATÓN Matemática

Indica las raíces de: $Z^3 = 1$
Si $Z = a + bi$, i: unidad imaginaria

Resolución:

$Z^3 = 1 = 1 + 0i = \cos 0° + i\text{sen}0°$

$Z^n = \text{cis}(0° + k360°)$; $k = 0; 1; 2$ (n – 1)

$\Rightarrow Z = \text{cis}\left(\dfrac{0° + k360°}{3}\right)$; $k = 0; 1; 2$

$k = 0 \Rightarrow Z_1 = \underbrace{\text{cis}0°}_{\cos 0° + \text{sen}0° i} = 1$

$k = 1 \Rightarrow Z_2 = \underbrace{\text{cis}(120°)}_{\cos 120° + \text{sen}120°(i)} = \dfrac{-1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

$k = 2 \Rightarrow Z_3 = \underbrace{\text{cis}(240°)}_{\cos 240° + \text{sen}240°(i)} = \dfrac{-1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

3 raíces



1. Responde correcto (C) o incorrecto (I), según corresponda:

El MCD de:

$P(x; y) = xy^2$
$Q(x; y) = x^2y^3$

es yx. ( )

El MCM de 2 o más polinomios es múltiplo de dichos polinomios. ( )

El MCM de:

$M(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
$N(x) = x^2 - 2x + 1$

es $(x - 1)^3$. ( )

A) CCC B) CCI C) ICI
D) ICC E) IIC

2. Reduce:

$$M = \frac{\sqrt{9 + 2\sqrt{18}} - \sqrt{3}}{2\sqrt{6}}$$

A) 1 B) 1/2 C) 2
D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{3}$

3. Identifica la alternativa que corresponde a:
$S = \sqrt{7} + 3$

A) $\sqrt{10 + 2\sqrt{21}}$ B) $\sqrt{16 + 2\sqrt{49}}$ C) $\sqrt{16 + 2\sqrt{63}}$
D) $\sqrt{7} + \sqrt{63}$ E) $\sqrt{49 + 2\sqrt{69}}$

4. Reduce la expresión:
$P = \sqrt{i - \sqrt{i + \sqrt[5]{i}}}$

A) 1 B) 0 C) i
D) –i E) i + 1

5. Determina el MCD de las siguientes expresiones:
$x^n; x^{n-1}; x^{n-2}; x^{n-3}$.

A) x^n B) x^{n-1} C) x^{n-2}
D) x^{n-3} E) 4x

6. Sea $Z = 1 + i$, determina Z^6.

A) 3i B) 6i C) i
D) 8i E) –8i

7. Indica un factor de:
$x^2 + 3xy + 2x + 2y^2 + 3y + 1$
Sugerencia: usa aspa doble.

A) x + xy B) x + y + 1 C) x + 2y
D) x – y + 1 E) $x^2 + y$

8. Indica el número de factores primos de:
$P(x) = x^4 - 10x^2 + 9$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

9. Reduce:

$$R = \frac{Px^3 - 3x^2P^2 + 3P^3x - P^4}{x(x - P)^3}$$

A) P B) Px C) P/x
D) x^3P E) $x^3 + P^3$

10. Determina

$$S = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\vdots}}}} - \sqrt{2} + 1$$

A) $\sqrt{2}$ B) 1 C) 0
D) 2 E) 4

11. Determina: $M = |Z| + |\bar{Z}|$
Si $Z = 7 + 24i$

A) 25 B) 45 C) 50
D) 54 E) 625

Unidad 3

Álgebra

RECUERDA

Niels Henrik Abel (1802-1829)

Matemático noruego, hijo de un pastor protestante, creció en un ambiente familiar de gran tensión. Fue enviado junto con su hermano a una escuela de la capital, sus precoces aptitudes para las matemáticas fueron muy apreciadas por uno de sus profesores, Holmboe, quien tras la muerte de su padre le financió sus primeros años en la universidad. La publicación de sus primeros trabajos le granjeó un considerable prestigio, pero, arruinado y aquejado de tuberculosis, apenas pudo consolidar su prometedora carrera académica; murió a los veintisiete años. Sus aportaciones se centran en el estudio de las ecuaciones algebraicas de quinto grado, de las que demostró que eran irresolubles por el método de los radicales, y en el de las funciones elípticas, ámbito en el que desarrolló un método general para la construcción de funciones periódicas recíprocas de la integral elíptica.

El siglo XIX fue, en muchos aspectos, el período más rico de la historia de las matemáticas. Una serie de genios desarrollaron nuevas ramas, completaron teorías anteriores y abrieron nuevos caminos poniendo en duda axiomas hasta entonces sagrados. Uno de estos genios fue el noruego Niels Henrik Abel. Nacido en un humilde hogar del sur de Noruega, en la isla de Finnöy, cuando tenía 18 años murió su padre y él tuvo que hacerse cargo de la familia. Desde muy joven ya leía los trabajos de Isaac Newton y Leonhard Euler, y descubrió varios fallos en sus demostraciones.

En aquella época varios matemáticos habían intentado sin éxito resolver la ecuación de quinto grado (del tipo $Ax^5 + Bx^4 + Cx^3 + Dx^2 + Ex + F = 0$). Abel creyó haberlo logrado, pero halló pronto un fallo en la solución. En su lugar demostró que es imposible resolver una ecuación de quinto grado o superior por vía algebraica (es decir, con una serie finita de sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y raíces). La demostración de Abel, que con 19 años finalizaba por entonces sus estudios universitarios en Oslo, fue la base para el futuro desarrollo del álgebra.

Teniendo en cuenta su corta vida, la mente de Niels Henrik Abel fue sumamente prolífica, y son numerosas sus aportaciones a las matemáticas. Demostró que las ecuaciones algebraicas generales no pueden resolverse algebraicamente cuando son de grado superior al cuarto; estudió las funciones algebraicas, las elípticas, las trascendentes de orden superior y las integrales definidas; estableció la doble periodicidad de las funciones elípticas y descubrió su teorema de adición; finalmente, descubrió una nueva clase de ecuaciones, las llamadas ecuaciones abelianas. En su esquela, aparecida en una revista, Crelle escribió: “Atacaba sus metas con una energía tan potente y desde un punto tan alto, y se erigió hasta tal punto sobre el nivel de su época, que las dificultades desaparecían ante su energía victoriosa”.

Reflexiona

- *La maravillosa riqueza de la experiencia humana perdería parte de su alegría gratificante si no existieron limitaciones que superar.*
- *Confiar en los propios instintos significa simplemente dejarlos actuar, permitir al cuerpo hacer lo que sabe hacer, significa relajarse, desinhibirse, olvidarse de presiones y no juzgar el rendimiento del propio cuerpo según los criterios de otros.*

¡Razona...!

En una mesa hay cinco cartas.

R	M	4	3	8

Cada carta tiene, en un lado, un número natural y, en el otro, una letra.
Alicia afirma: “Cualquier carta que tenga en un lado una vocal, tiene un número par en el otro lado”.
Antonio se convenció de que Alicia decía la verdad dando vuelta a una sola carta. ¿Cuál fue?

A) R B) M C) 4 D) 3 E) 8

Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: ECUACIONES DE 1.ER GRADO – PLANTEO DE ECUACIONES

1 Si una de las soluciones de la ecuación dada es ab, reduce:

$$\frac{x+b}{a+1}+\frac{x+a}{b+1}=\frac{2}{x}$$

A) ab(a – b) = 2　　B) a + b = a.b　　C) a + b = 2
D) ab(a + b) = 2　　E) ab = 2

2 Halla el valor de x.

$$\frac{1}{4}(x-1)+x=\frac{1}{2}(x-3)+5$$

A) 6　　B) 5　　C) 1
D) 7　　E) 8

3 Halla x.

$$\frac{1}{2}(x-1)+2=\frac{1}{3}(2x-1)-2$$

A) 30　　B) 42　　C) 20
D) 23　　E) 24

4 Sean a, b, c $\in \mathbb{R}$.
Tal que: a = b = c, halla el CS de:

$$\frac{x+a}{b}+\frac{x+b}{c}+\frac{x+c}{a}=3$$

A) 0　　B) 1　　C) 2
D) 3　　E) 4

5 Al preguntarle un padre a su hijo, cuánto había gastado de los 350 soles que le dio, este le contesta: "Las tres cuartas partes de lo que no gasté". ¿Cuánto le queda?

A) S/.100　　B) S/.150　　C) S/.200
D) S/.300　　E) S/.50

6 Desarrolla: (x + 6)(x – 2) + 16 = x(x + 8)

A) 1　　B) 2　　C) 3
D) 4　　E) 5

7 Calcula el CS de x:
$(x - 2)(x + 3) = x^2 - x + 4$

A) 6 B) 7 C) 3
D) 5 E) 8

8 Halla: $(x + 4)(x - 5) = x^2 + 3x + 40$

A) 15 B) –15 C) 20
D) –20 E) –18

9 Resuelve: $(2x + 3)(3x + 1) = 6(x^2 - x - 1) + 26$

A) 2 B) 3 C) –2
D) –3 E) 1

10 Resuelve:
$$2x - \left(2x - \frac{3x - 1}{8}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{x + 2}{6}\right) - \frac{1}{4}$$

A) 1/13 B) 2/13 C) 7/19
D) 13/15 E) 19/23

11 Pedro le dice a Juan: “Si divides mi edad entre dos y le sumas la edad de mi papá que es el doble de la mía obtendrás 3 veces mi edad, restada en 10 años”. ¿Cuántos años tengo?

A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

12 Resuelve: $(x - 2)^2 - 6 = (x + 1)^2$

A) 3 B) –3 C) $-\frac{1}{3}$
D) 2 E) $-\frac{1}{2}$

13 El dígito de las decenas de un número de dos dígitos es 2 más que el dígito de las unidades. La suma de los dígitos es 14. Halla el número.

A) 71 B) 13 C) 97
D) 86 E) 75

14 Dos motociclistas parten de dos ciudades apartados 500 km. Uno de los motociclistas viaja a 65 km/h y el otro a 60 km/h. ¿Cuántas horas transcurrirán hasta el momento en que se crucen?

A) 1 h B) 2 h C) 3 h
D) 4 h E) 5 h

Claves

1. D	3. D	5. C	7. D	9. E	11. E	13. D
2. B	4. A	6. A	8. B	10. C	12. E	14. D

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. **Memoria**
Tapa las dos columnas de la izquierda, lee atentamente las palabras de los recuadros de la derecha, toma el tiempo que consideres oportuno. Por último tápalos y señala en los recuadros de la izquierda las palabras memorizadas.

Cuadrática	Igualdad	Lineal
Lineal	Equivalente	Trascendente
Idéntico	Semejante	Igualdad
Racional	Irracional	Incógnita
Identidad	Transpuesta	Transposición
Intrascendente	Transposición	Ecuación
Fraccionaria	Incógnitas	Identidad
Radical	Incógnita	Fraccionaria
Trascendente	Ecuación	Irracional

2. De la ecuación:
$(x + 3)(2x + 5) + 30 = 2(x + 3)(x + 5)$

Podemos afirmar:
I. El conjunto solución es {3}.
II. La ecuación es compatible indeterminada.
III. La ecuación es absurda.

A) VVF B) FVV C) VFF D) FFF E) VVV

Razonamiento y demostración

Resuelve las siguientes ecuaciones:

3. $\frac{2}{3}\left(\frac{x+1}{5}\right) = \frac{3}{4}\left(\frac{x-6}{3}\right)$

A) 9 B) 8 C) –3 D) –7 E) 14

4. $\frac{x-3}{2} = 2 - \frac{x-2}{3}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $3(2x + 1) + 5(x - 2) = 3x + 41$

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

6. $4 + 2(x + 3) = 3(x - 3) - 6$

A) 20 B) 24 C) 22 D) 26 E) 25

7. $3(x + 2) + 1 = 4(x + 1) + (8 - 4x)$

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{3}$

8. $2(10x) = (20 - 4)(x + 7)$

A) 20 B) 28 C) 32 D) 24 E) 36

9. $200x + 600(40 - x) = 18\,000$

A) 15 B) 16 C) 20 D) 25 E) 35

Resolución de problemas

10. En un jardín el número de flores blancas excede al número de flores amarillas en 13 y el número de flores rojas es igual al número de flores blancas. Entonces si entre flores amarillas y blancas hay 17, el número de flores rojas es:

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

11. Leonardo gana S/.**m** al mes. Si en **a** años ha ahorrado S/.**s**, ¿cuál es su gasto promedio mensual?

A) $m - \frac{s}{a}$ B) $m - \frac{12s}{a}$ C) $m - \frac{s}{12a}$
D) $m + \frac{2}{12a}$ E) $m - \frac{12a}{s}$

12. El dígito de las unidades de un número de dos dígitos excede al dígito de las decenas en 1. La suma de los dígitos es 9. Halla el número.

A) 45 B) 23 C) 12 D) 99 E) 89

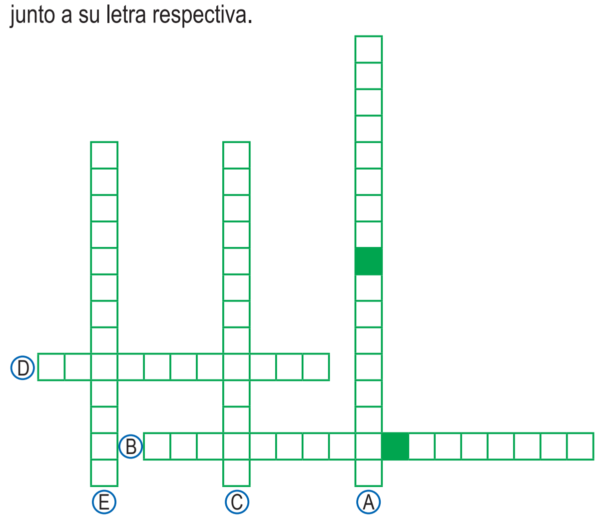
13. Una persona viaja desde M hacia N, a 80 km/h y retorna por el mismo camino a 70 km/h. Realizando el recorrido en forma continua empleando para ello un total de 6 h; calcula el espacio de M a N.

A) 224 km B) 200 km C) 100 km
D) 20 km E) 250 km

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. Según los enunciados, escribe lo que corresponda de cada uno junto a su letra respectiva.



A) Es el conjunto formado por todas las soluciones de una cierta ecuación.

B) A la ecuación también se le denomina: .... ya que el valor de verdad de la igualdad (V o F) dependerá únicamente de los valores que puedan adoptar sus incógnitas.

C) Es aquella ecuación que no admite en su conjunto solución elemento alguno.

D) Es aquella ecuación en la que se puede cuantificar sus soluciones o raíces.

E) Es aquella ecuación en donde no es posible cuantificar sus soluciones o raíces.

15. Verifica la verdad o falsedad según la teoría de ecuaciones:

( ) Si sumamos o restamos a ambos miembros de una ecuación un mismo término, resulta otra ecuación equivalente a la primera.

( ) Si multiplicamos o dividimos a ambos miembros de una ecuación por una constante diferente de cero, su raíz o solución también quedará multiplicada por dicha constante.

( ) Si a ambos miembros de una ecuación se elevan a un mismo exponente, la solución o raíz también quedará afectado por dicho exponente.

A) VVF B) FFV C) VFV D) FFF E) VFF

Razonamiento y demostración

Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones.

16. $7(2x - 4) - 13(x - 2) = 8$

A) 14 B) 15 C) 10 D) 12 E) 2

17. $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} = \dfrac{\frac{x-1}{2}}{\frac{1}{4}}$

A) 3 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

18. $a(a - x) = b(b - x);\ a \neq b$

A) ab B) $\dfrac{ab}{a+b}$ C) $a + b$

D) $a - b$ E) $\dfrac{ab}{a-b}$

19. $\dfrac{7x}{3} - \dfrac{5x}{2} = 8 + 4$

A) Indeterminada B) 80 C) 60
D) Incompatible E) Compatible

20. $\dfrac{x}{a} + \dfrac{x}{b} = a + b;\ a \neq 0 \wedge b \neq 0$

A) $a - b$ B) a C) $\sqrt{ab}$ D) ab E) b

21. $-3(2x + 7) + (-5x + 6) - 8(1 - 2x) - (x - 3) = 0$

A) 2 B) −3 C) 4 D) 5 E) 7

22. $x = \dfrac{x}{6} + \dfrac{x}{12} + \dfrac{x}{7} + \dfrac{x}{2} + 9$

A) 84 B) 64 C) 1 D) 0 E) 80

Resolución de problemas

23. A un empleado se le ha prometido la suma de $1000 en efectivo, más una moto como sueldo anual. Al cabo de 7 meses el empleado se va y recibe como pago total la moto y $200. ¿Cuál es el valor de la moto?

A) $840 B) $800 C) $920 D) $520 E) $160

24. La suma de los dígitos de un número de dos dígitos es 15. Si los dígitos se invierten, el nuevo número es 27 menos que el original. Encuentra el número original.

A) 78 B) 12 C) 15 D) 86 E) 96

25. Madeleine y Brandon fueron en automóvil al taller a una velocidad de 60 km/h. Retornaron a casa a una velocidad de 15 km/h en bicicleta. Si el recorrido completo fue de 4 h, ¿qué distancia había entre su casa y el taller?

A) 20 km B) 40 km C) 50 km D) 48 km E) 100 km

NIVEL 3

Comunicación matemática

26. Resuelve las ecuaciones:

I. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x-2} = \dfrac{2}{x+1}$

II. $\dfrac{7-x}{2} + \dfrac{9-x}{4} = \dfrac{2x-7}{3} + \dfrac{x+1}{6}$

III. $\dfrac{1}{2x-3} + \dfrac{3}{2x^2-3x} = \dfrac{5}{x} + \dfrac{7x-15}{3x-2x^2}$

IV. $\dfrac{x+4}{x+2} - \dfrac{x+6}{x+7} + \dfrac{10+x^2}{(x+2)(x+7)} = 1$

V. $\dfrac{x+a}{3} - 6 + \dfrac{a-x}{4} = \dfrac{7a}{12}$

Señala luego, la menor raíz par.

A) I B) II C) III D) IV E) V

27. Marca la ecuación que mejor representa el enunciado respectivo:

I. Un viajero recorre los 3/5 de un camino en automóvil a la velocidad de 50 km/h y el resto en motocicleta a 200 km/h. En total tardó 5 h 36 min.

$\dfrac{2E}{150} + \dfrac{E}{250} = \dfrac{29}{5}$ ☐

$\dfrac{7E}{250} + \dfrac{E}{450} = \dfrac{28}{5}$ ☐

$\dfrac{3E}{250} + \dfrac{E}{500} = \dfrac{28}{5}$ ☐

Siendo E el total del camino recorrido.

II. El dígito de las unidades, de un número de dos dígitos, es 2 veces más que el dígito de las decenas, aumentado en 1. La suma de los dígitos es 9.

$\overline{x(3x+1)}$
$4x + 1 = 9$ ☐

$\overline{x(2x+1)}$
$3x + 1 = 9$ ☐

$\overline{x(2(x+1))}$
$3x + 2 = 9$ ☐

Siendo **x** dígito de las decenas.

Razonamiento y demostración

28. Resuelve: $x - (5 - x) = 3 - (-2x + 8)$

A) 5/2 B) 0 C) 1
D) Indeterminada E) Incompatible

29. Resuelve:
$(x + a)(x - b) - (x + b)(x - 2a) = b(a - 2) + 3a$

A) 1 B) 2 C) a D) 2a E) 2/(a – b)

30. Resuelve la siguiente ecuación:

$(3x + 2)^2 + (2x - 3)^2 = (3x - 5)^2 + (2x - 1)^2$

A) 2 B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{13}{17}$ E) $\frac{13}{34}$

31. Halla x: $\frac{x}{a} - \frac{x}{a+b} = \frac{1}{a+b}$

A) $a + b$ B) $\frac{b}{a}$ C) $\frac{a}{b}$
D) ab E) $a - b$

32. Resuelve: $(2x + 3)^2 + (2x + 1)^2 = (2x - 3)^2 + (2x - 4)^2$

A) $\frac{15}{44}$ B) -3 C) $-\frac{17}{80}$
D) $-\frac{15}{31}$ E) -2

33. Halla el valor del parámetro m para que la ecuación:
$3m + 4x + 2 = 5mx$, sea incompatible.

A) $m = -\frac{4}{5} \wedge m \neq -\frac{2}{3}$ B) $m = \frac{4}{5} \wedge m \neq -\frac{2}{3}$
C) $m = \frac{3}{5} \wedge m \neq -\frac{2}{3}$ D) $m = -\frac{3}{5} \wedge m \neq -\frac{2}{3}$
E) $m = \frac{2}{5} \wedge m \neq -\frac{2}{3}$

34. Halla el conjunto solución de la ecuación:
$$\frac{a+b+x}{a-b+x} - \frac{a-b-x}{a+b-x} = -\frac{4ab}{x^2}$$

A) $\frac{b^2+a^2}{2b}$ B) $\frac{b^2-a^2}{b}$ C) $\frac{a^2-b^2}{2b}$
D) $\frac{b^2-a^2}{2b}$ E) $\frac{a^2+b^2}{2a}$

Resolución de problemas

35. En una sala se encuentran 63 personas. Si el número de hombres supera en 12 al número de mujeres y el número de hombres y mujeres supera en 33 al de niños, ¿cuántos niños hay en la sala?

A) 15 B) 18 C) 30 D) 36 E) 40

36. El dígito de las unidades de un número de dos dígitos es dos menos que el triple del dígito de las decenas. Si se intercambian los dígitos, el número que resulta excede en 18 al original. Determina el número original.

A) 24 B) 20 C) 34 D) 11 E) 22

37. Cierto camino se puede recorrer en 5 h a una determinada velocidad expresada en km/h. En tres horas menos se puede recorrer el mismo camino con una velocidad doble del anterior aumentado en 1 km/h. Determina la longitud del camino en metros.

A) 20 000 m B) 10 m C) 20 m
D) 15 000 m E) 10 000 m

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	7. E	14.	20.D	26.D	32.A
2. C	8. B	15.E	21.D	27.	33.B
3. E	9. A	16.C	22.A	28.D	34.D
4. E	10.A	17.A	23.C	29.A	35.A
5. B	11.C	18.C	24.E	30.E	36.A
6. E	12.A	19.E	25.D	31.C	37.E
	13.A				

Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: MATRICES Y DETERMINANTES

1 Calcula x . y . z; si:

$$\begin{pmatrix} x-1 & 3 \\ y-z & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & w \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

A) 80 B) 70 C) 50
D) 90 E) 60

2 Calcula el determinante de:

$$B = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

A) 35 B) 60 C) 40
D) 45 E) 50

3 Halla A^T, si:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 6\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A) $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

4 Calcula el determinante de:

$$A = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

A) 0 B) 49 C) 50
D) 7 E) –49

5 Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} x-2 & 7 \\ 4 & y-1 \end{pmatrix} \wedge B = \begin{pmatrix} 5 & z+2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Si: A = B, calcula: $\sqrt[x-y]{y+z-1}$

A) 3 B) –1 C) –2
D) 1 E) 2

6 Si la matriz: $\begin{pmatrix} x-4 & y+3 \\ z-2 & w+1 \end{pmatrix}$, es nula.

Calcula: $E = \dfrac{x+z}{w-y}$

A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

7 Siendo:

$A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 5 & 6\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}7 & 5\\ -4 & 0\end{pmatrix}$. Halla: A + B

A) $\begin{pmatrix}10 & 9\\ 1 & 6\end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix}8 & 8\\ 1 & 6\end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix}11 & 8\\ 1 & 5\end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix}4 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix}10 & 1\\ 1 & 6\end{pmatrix}$

8 Sean las matrices:

$A=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -2 & 1\end{pmatrix} \wedge B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$

Encuentra: A . B

A) $\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix}6 & 2\\ -5 & 8\end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix}3 & 1\\ 0 & 8\end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix}0 & -2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$

9 Halla la suma de los elementos de la matriz A, si X es una matriz identidad de orden 3.

$A = X + X^2 + X^3 + ... + X^n$

A) 2n B) 3n C) n
D) 4n E) $2n^2$

10 Determina la traza de A:

$A=\begin{bmatrix}3-x & 5\\ 6 & x+6\end{bmatrix}$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 9

11 Si A es una matriz cuadrada de orden n, tal que:

$A^{-1} = A . A^T$

Halla: |A|

A) 1 B) 2 C) −2
D) 2n E) −1

12 Si B es una matriz escalar:

$B=\begin{pmatrix}a-4 & 0 & 0\\ 0 & b-2 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$

Halla: ab

A) 12 B) 6 C) 24
D) 18 E) 35

13 Calcula el valor de:

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & ... & 9\\ 2 & 3 & 4 & ... & 1\\ 3 & 4 & 5 & ... & 2\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ 9 & 1 & 2 & ... & 8\end{vmatrix}$$

A) $3 . 9^4$ B) $4 . 3^5$ C) $5 . 9^8$ D) $6 . 9^7$ E) 0

Claves

1. D 2. C 3. C 4. B 5. E 6. B 7. A 8. B 9. B 10. E 11. A 12. E 13. C

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Sean las matrices:

$A = [a_{ij}]_{2\times 2} \ / \ a_{ij} = \begin{cases} 2i - j \ ; \ i < j \\ i \ ; \ i \geq j \end{cases}$

$B = [b_{ij}]_{2\times 2} \ / \ b_{ij} = \begin{cases} i + 2j \ ; \ i \leq j \\ 2 + j \ ; \ i > j \end{cases}$

Además AX = B. Calcula el determinante de X.

A) 1 B) 3/2 C) 2 D) 3 E) 2/3

2. Calcula la suma de los elementos de A, si:

$A = [a_{ij}]_{3\times 3} \ \wedge \ a_{ij} = \begin{cases} 3; \ i = j \\ 2; \ i \neq j \end{cases}$

A) 17 B) 42 C) 23 D) 12 E) 21

Razonamiento y demostración

3. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$$

Determina: A^T

A) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

4. Si se cumple que: A + B = C

Donde: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} m & n \\ p & q \end{pmatrix}$

Calcula: $E = \dfrac{mq}{n + p}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Sabiendo que:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

Calcula X de la ecuación: 3(X – A) = X – 2B

A) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ B) $2\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ C) $3\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

D) $4\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ E) $5\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

6. Siendo: $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

Halla: 3A – 12I

A) $\begin{pmatrix} 12 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 0 & 15 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

7. Si: $|A|_{2\times 2} = 2 \ \wedge \ |B|_{2\times 2} = 5$; calcula: $|A^TB^2|$

A) 10 B) 20 C) 40 D) 50 E) 60

8. Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$

Halla: $Traz(A^TA)$

A) 130 B) 118 C) 135 D) 121 E) 125

9. Calcula a – b, si la matriz:

$$\begin{pmatrix} a+b & a+6 & b+9 \\ a-b & 2a & a+b+15 \\ 2a-b & 4b & 7a \end{pmatrix}$$

es triangular inferior.

A) 1 B) 0 C) 3 D) 6 E) 9

10. Si: $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

Calcula 2A – I, siendo I la matriz identidad.

A) $\begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 10 & 1 \end{pmatrix}$ B) $2\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}$

Resolución de problemas

11. Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 11 tal que AB = 0.

Calcula: $Det(A + A^2) \ . \ Det(B + B^2)$

A) 1 B) 11 C) 1011 D) 0 E) 1110

12. Examen de Admisión UNI 2004–I (matemática)

Sean las matrices:

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \ \wedge \ B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ c & 5 \end{pmatrix}$

Tal que AB = BA, calcula el valor de (a + c).

A) 1/4 B) 1/2 C) 1 D) 2 E) 3

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Si:

$$A = [a_{ij}]_{4\times3} \;/\; a_{ij} = \begin{cases} 2; & i = j \\ -1; & i \neq j \end{cases}$$

Calcula la suma de los elementos de A.

A) 0 B) 3 C) –3 D) 2 E) –2

14. Búsqueda de palabras referente a MATRICES:

Q	K	Z	P	C	O	L	U	M	J	N	A	F	X
J	F	I	L	A	R	X	S	Z	A	L	H	G	A
H	Y	R	S	R	T	A	N	M	U	L	O	C	Y
C	E	T	A	Q	I	X	H	N	I	P	W	I	B
U	E	A	P	L	C	N	U	L	M	X	H	J	E
A	S	M	C	A	U	A	Y	B	D	E	S	C	A
D	B	R	W	N	F	G	D	K	A	G	B	E	G
R	C	E	Y	O	K	X	N	F	D	J	I	S	H
A	A	C	L	G	H	J	M	A	I	Y	W	C	Z
W	E	T	Z	A	M	V	P	I	T	E	J	A	Y
J	L	A	F	I	L	O	S	D	N	C	K	L	R
X	A	N	K	D	C	U	V	E	E	Z	E	A	T
Y	R	D	I	A	G	X	A	N	D	T	W	R	A
A	D	A	R	D	A	U	C	T	I	D	Z	S	M

MATRIZ	COLUMNA	FILA
NULA	ESCALAR	CUADRADA
RECTANGULAR	DIAGONAL	IDENTIDAD

Razonamiento y demostración

15. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcula: A^3; e indica la suma de sus elementos.

A) 2 B) 5 C) –5 D) –6 E) 3

16. Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -9 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Halla: $\text{Traz}(A^T + 3B^T)$

A) 36 B) 24 C) 28 D) 25 E) 20

17. Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 5 & a \\ -2 & b \end{pmatrix}$

Calcula (ab), si AB = BA

A) 6 B) –6 C) 9 D) –3 E) –18

18. Dada la matriz triangular superior:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & b-1 & a+2 \\ a-2 & 6 & d-1 \\ b+3 & d-4 & 7 \end{pmatrix}$$

Halla: a + b – d

A) –7 B) 3 C) –5 D) 4 E) –6

19. Calcula m – n, si las matrices A y B son iguales.

$$A = \begin{pmatrix} m-3n & m \\ 1 & n \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6-n \\ 1 & 6-m \end{pmatrix}$$

A) 4 B) 3 C) 2 D) 5 E) 1

Resolución de problemas

20. Examen de Admisión 2009–I (matemática)

Si a, b y c son constantes positivas y:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & a & 0 & 0 \\ x & 0 & b & 0 \\ x & 0 & 0 & c \end{vmatrix} = 0$$

Determina el valor de x.

A) $\dfrac{abc}{a+b+c}$ B) $\dfrac{abc}{ab+ac+bc}$ C) $\dfrac{bc}{a}+\dfrac{ac}{b}+\dfrac{ab}{c}$

D) $\dfrac{a+b+c}{abc}$ E) $\dfrac{a}{bc}+\dfrac{b}{ac}+\dfrac{c}{ab}$

21. Examen de Admisión 2001–I (matemática)

Dadas las matrices: $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Entonces, se puede afirmar que C^8D^9 es:

A) $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 8 & 73 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 71 & 8 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 72 & 8 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 73 & 9 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 71 & 8 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Construye la matriz:

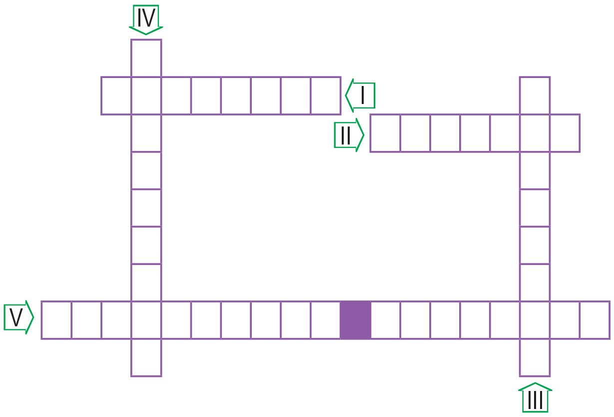
$$B = [b_{ij}]_{2\times3} \begin{cases} b_{ij} = i - j; & i \leq j \\ b_{ij} = i + j; & i > j \end{cases}$$

A) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

23. De acuerdo a los conceptos, escribe lo que corresponda de cada uno junto a su número respectivo.



I. Es aquella matriz, donde el número de filas y el número de columnas son iguales.
II. Es aquella matriz diagonal donde todos los elementos de la diagonal principal son iguales.
III. Es aquella matriz no nula, donde todos sus elementos fuera de la diagonal principal son ceros.
IV. Es aquella matriz escalar donde todos los elementos de la diagonal principal son iguales a la unidad.
V. Es aquella matriz donde todos los elementos ubicados debajo de la diagonal principal son ceros.

Razonamiento y demostración

24. Dado el polinomio: $F(x) = x^2 - 2x + 1$ y la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula la suma de los elementos de F(A).

A) –1 B) 0 C) 1 D) 4 E) 6

25. Calcula: Traz(AB) . Traz(BA), donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \wedge B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 7

26. En la matriz: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & b \\ c & 3 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$; Traz(A) = 7

El producto de los elementos de la diagonal secundaria es –3 y |A| = 10. Calcula:

$$B = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$$

A) –8 B) 8 C) 14 D) 6 E) 12

27. Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Calcula las raíces de la ecuación en x:

$|xI - (A^3 + A + I)| = 0;\ x \in \mathbb{R}$. Indica la menor solución.

A) –9 B) 10 C) 131 D) –131 E) 0

28. Si A es de orden 3×3 y $|A| = 2$, calcula: $E = |\,|A|\,A^2\,|A^T|\,|$

A) 32 B) 36 C) 216 D) 256 E) 264

29. Resuelve:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ x & 8 & 2 \\ 4 & -7 & 5 \end{vmatrix} = -128$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Resolución de problemas

30. Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

cuando **n** es un número entero positivo muy grande. ¿A qué valores se aproxima la suma de los elementos de la diagonal principal de $\mathbf{A}^n$?

A) 1/2 B) 1 C) 1/9 D) 2 E) 1/8

31. Examen de Admisión UNI 2001–II (matemática)

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ una matriz, entonces la matriz A^{49} está representada por:

A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 989 & 49 & 1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1080 & 49 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1225 & 49 & 1 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1127 & 49 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1274 & 49 & 1 \end{pmatrix}$

Claves

NIVEL 1	6. B	11.D	16.C	21.A	26.C
1. B	7. D	12.C	17.E	NIVEL 3	27.A
2. E	8. D	NIVEL 2	18.C	22.C	28.D
3. B	9. C	13.C	19.A	23.	29.C
4. C	10.C	14.	20.B	24.D	30.B
5. A		15.D		25.A	31.C

Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

1 Si el siguiente sistema admite como solución: $x = 2$; $y = 3$, calcula $m + n$.

$mx - y = 1$

$nx - 2y = 4$

A) 3 B) –2 C) 5
D) 7 E) –4

2 En el sistema; ¿cuál es el valor de b, para tener $x = 3y$?

$$\begin{cases} x - 2y = b - 2 \\ 2x + y = b + 1 \end{cases}$$

A) 8 B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{5}{2}$ E) 2

3 Calcula el valor de m para que el sistema no tenga solución.

$$\begin{cases} (3 - m)x + 5y = 4 \\ (m - 2)x + 2y = 6 \end{cases}$$

A) 2 B) 0 C) 16/7
D) -1 E) 8

4 El sistema lineal es imposible si y solo si:

$$\begin{cases} x + y = a \\ a^2x + y = 1 \end{cases}$$

A) $a = \frac{1}{2}$ B) $a = -1$ C) $a \in \mathbb{R}$
D) $a = 1$ E) $a = 1 \wedge a = -1$

5 Halla x:

$10x + 3y = 56$

$8x - 2y = 36$

A) 6 B) 8 C) 5
D) 4 E) 7

6 Halla x:

$12x - 7y = 17$

$4x + 2y = 10$

A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 5

7 Halla x en:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{7}{6}$$

$$5x + 2y = 14$$

A) 14 B) 12 C) 5
D) 2 E) 1

8 Calcula (y – x) en:

$$14(x + 3) + 1(y - 3) = 15$$
$$8(x + 3) - 3(y - 3) = 5$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 8

9 Resuelve:

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ y + z + w = 15 \\ x + z + w = 14 \\ x + y + w = 12 \end{cases}$$

e indica el valor de z.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

10 Halla el valor de a para que el sistema sea incompatible.

$$ax + (4 + a)y = 17 - a$$
$$3x + 4y = 2a - 4$$

A) 18 B) 15 C) 24
D) 22 E) 12

11 Halla **n** para que el sistema sea incompatible.

$$2x - 5y = 3$$
$$nx + 3y = 7$$

A) $-\frac{6}{5}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $-\frac{5}{6}$
D) $\frac{17}{2}$ E) $-\frac{13}{5}$

12 Calcula m si el sistema es incompatible.

$$(m - 1)x + y = 2$$
$$5x + (m + 3)y = 10$$

A) $m \neq 2$ B) $m = 4$ C) $m = -4$
D) $m \neq -2$ E) $m = 3$

13 ¿Para qué valor de **a** el sistema no admite solución?

$$\begin{cases} (a + 3)x + (2a + 3)y = 18 \\ (a - 3)x + (a - 1)y = 6 \end{cases}$$

A) –1 B) 7 C) 3
D) 6 E) –2

14 Halla el valor de n para que el sistema:

$$(3 + 5n)x + 9y = 4$$
$$(1 + 3n)x + 5y = 3$$

sea incompatible.

A) 1 B) 3 C) 4
D) 5 E) 8

Claves

1. D 2. D 3. C 4. B 5. C 6. A 7. D 8. D 9. C 10. E 11. A 12. C 13. A 14. B

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Dado el sistema:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 4 \\ 2x - 3y + 5z &= 7 \\ 6x + y + 9z &= 21 \end{aligned}$$

Podemos afirmar que:

A) Tiene infinitas soluciones.
B) Tiene solución única.
C) Tiene 2 soluciones.
D) No tiene solución.
E) Tiene tres soluciones.

2. Memoria
Memoriza por un espacio de 30 segundos el sistema lineal:

$$\begin{aligned} 7x + y &= 9 \\ 11x + 3y &= 17 \end{aligned}$$

Luego, tapa el sistema y sigue leyendo:
Lleva a cabo los siguientes cambios mentalmente y responde a la pregunta final:

- Multiplica por tres a la primera ecuación.
- Resta la segunda de esta última ecuación.
- Despeja el valor de x.
- Finalmente reemplaza este valor en la segunda ecuación. ¿Cuánto vale y?

Razonamiento y demostración

3. Halla $n \in \mathbb{Z}^+$ para que el sistema sea inconsistente:

$$(n + 5)x + 5y = 10$$
$$7x + (n + 3)y = 30$$

A) 3 B) 1 C) 4 D) 6 E) 2

4. ¿Para qué valor o valores de **n** el sistema en **x** e **y** es inconsistente?
$(n + 11)x + (n + 16)y = 31$
$(n + 15)x + (n + 19)y = 91$

A) $n \in \mathbb{R}$ B) –33 C) 32
D) –31 E) $n \in \mathbb{R} - \{31\}$

5. Resuelve:
$x + 2y = 13$
$x - 2y = -7$
Señala: $x + y$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 7

6. Resuelve:
$7x - 4y = 12$
$5x - 3y = 6$
Determina: $y - x$

A) 6 B) –6 C) 12 D) –12 E) 3

7. Resuelve:
$37x + 13y = 137$
$13x + 37y = 113$
Determina: $x + y$

A) 5 B) 50 C) 250 D) 10 E) 100

8. Calcula xy en el sistema:
$(x + 2)(y + 2) = 6 + 2\sqrt{2}$
$(x - 2)(y - 2) = 2 + 6\sqrt{2}$

A) $2 + \sqrt{2}$ B) $1 + \sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) $1 + 4\sqrt{2}$

Resolución de problemas

9. Dado el sistema de ecuaciones:

$$\frac{4}{x + y - 1} - \frac{5}{2x - y + 3} = -\frac{5}{2}$$
$$\frac{3}{x + y - 1} + \frac{1}{2x - y + 3} = -\frac{7}{5}$$

el valor de $x + y$ es igual a:

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

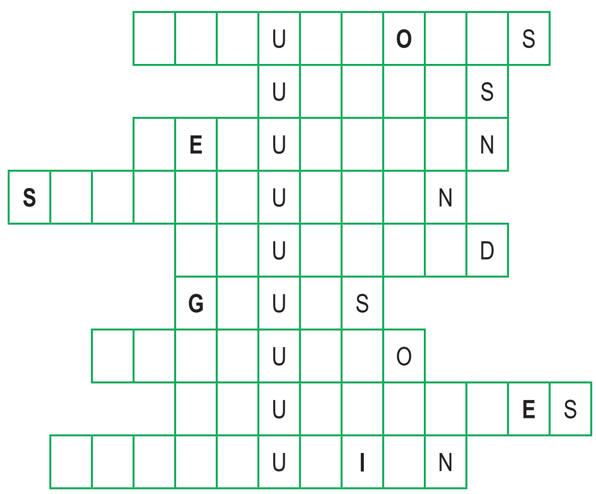
10. El sueldo de cierto profesor más lo que gasta (mensualmente) suman 2000 soles; dichas cantidades están en la proporción 2/3 (respectivamente). Entonces, manteniendo los gastos, para que dicha proporción suba a 4/5 se debería aumentar su sueldo mensual en (soles):

A) 100 B) 120 C) 140 D) 160 E) 180

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Lenguaje
Encuentra palabras que contengan la letra U de tal manera que encajen en la cuadrícula.



12. Verifica si lo propuesto es correcto (C) o incorrecto (I):

I. El valor de a^b en el siguiente sistema compatible indeterminado:

$$\left(\frac{2b-1}{2}\right)x-(b-3)y=2$$

$-2y+(3a+1)x=4$ es 16. ( )

II. El valor que debe tomar n es 10 para x = y en el siguiente sistema:

$13x - ny = 17$

$7y + nx = 51$ ( )

III. El valor de a^b es 2 para $x = 3 \wedge y = 2$ en el sistema:

$ax - by = 4$

$ax + 2by = 10$ ( )

Razonamiento y demostración

13. Calcula x^2+1:

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{6}-6=0$$

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{3}-7=0$$

A) 26 B) 50 C) 82 D) 122 E)145

14. En el sistema:

$$\begin{cases} nx-6y=5n-3 \\ 2x+(n-7)y=29-7n \end{cases}$$

Calcula **n** para que el sistema sea incompatible.

A) 3 B) 5 C) 7 D) 4 E) 1

15. Sea: (3; –1) la solución del sistema en x e y.

$$\begin{cases} (a+b)x+(a-b)y=10 \\ (2a-b)x+(2a+3b)y=12 \end{cases}$$

Indica: a + b

A) 10 B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{31}{7}$ D) $\frac{7}{3}$ E) 2

16. Calcula el valor de **m** para que el sistema sea incompatible.

$(m+3)x+2my=5m-9$

$(m+4)x+(3m-2)y=2m+1$

A) –3 B) 2 C) –2
D) 4 E) 7

17. Calcula el valor de y.

$a(x+y)-b(x-y)=2a$

$a(x-y)-b(x+y)=2b$

A) $\frac{a+b}{a-b}$ B) a + b C) a – b
D) $\frac{a-b}{a+b}$ E) $\frac{1}{a+b}$

18. Da el valor o valores de **m** que hacen que el sistema sea inconsistente.

$3x+(m-1)y=12$

$(m+6)x+6y=m$

A) 1; 3 B) 2; 6 C) 3
D) 3; –8 E) –8

Resolución de problemas

19. Dado el sistema:

$3mx+6y=2$

$2x+my=1$

Halla los valores de m para los cuales el sistema indicado, tenga solución única en la región F, siendo:

$F=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2 / y\le x-1\}$

A) $m\in[1;2\rangle$ B) $m\in[5/3;2\rangle$
C) $m\in\langle-2;1]$ D) $m\in[-2;2]$
E) $m\in\mathbb{R}-\{2;-2\}$

20. Un grupo de estudiantes decide aportar en cantidades iguales para contratar un profesor de Física. Si hubiera 10 estudiantes más, cada uno pagaría S/.10 menos. Sin embargo, si el número de estudiantes fuera 2 menos, cada uno pagaría S/.5 más. ¿Cuántos estudiantes forman el grupo y cuánto se le paga al profesor?

A) 20; S/.120 B) 10; S/.200 C) 8; S/.160
D) 8; S/.200 E) 20; S/.200

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Dado el sistema:

$2x-y+z=1$

$x+4y+2z=-1$

¿Cuál de las siguientes ecuaciones:

I. $x-5y-z=2$

II. $3x+3y+3z=2$

III. $5x+2y+4z=1$

puede agregarse al sistema anterior, de modo que el conjunto solución no varíe?

A) Solo I B) I y II C) I y III
D) Solo II E) Solo III

22. Lenguaje

Ubica solo los grupos de letras tanto en los casilleros de la derecha y los de la izquierda, así como una sola letra en el espacio central, de esta manera formarás siete palabras. Con las letras ubicadas en el centro en forma ordenada se podrá formar la octava palabra.

AS PATIBLE A EXPRE ECU CO S SU ÓN ALES CIONES LIN S M SOLUC TITUCIÓN INCOGNI IONES I T E

Razonamiento y demostración

23. Calcula el valor de **m** para que el sistema sea incompatible.

$mx - 6y = 5m - 3$

$2x + (m - 7)y = 29 - 7m$

A) 4 B) 3 C) 2 D) 7 E) 6

24. ¿Para qué valores de **a** el sistema adjunto es inconsistente?

$(a - 2)x - (a + 7)y = 2a - 1$

$4x - (a + 2)y = 3a - 14$

A) –4 B) 2 C) 3 D) –2 E) 5

25. Resuelve el sistema:

$\frac{x+y}{5} = \frac{x-z}{2} = 3(y-z) = 3$; e indica el valor de xyz.

A) 120 B) 200 C) 100 D) 86 E) 64

26. Resuelve el sistema e indica el valor de y.

$2x - 3y + 8z = 2$

$6x + 9y - 12z = 3$

$4x + 6y + 4z = 5$

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) $\frac{1}{4}$

27. Resuelve e indica el valor de x^y.

$2^x(1 + 2y) = 20$

$2^{x+1}(1 - y) = -8$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

28. Para qué valores de **m** el siguiente sistema no tiene solución.

$$\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - 3my = 2m + 3 \end{cases}$$

A) m = 1 B) m = 0 C) m > 0
D) m > 1 E) m = 3

Resolución de problemas

29. Una persona recorre el quíntuple, aumentado en dos kilómetros que otro, ambas caminan a una velocidad de 4 km/h; una salió después de la otra llegando al mismo tiempo para su encuentro. La primera persona recorre un espacio que es igual a la suma de los recorridos que llevaban los dos 5 horas antes de su encuentro. Determina la suma de kilómetros que recorrerán las personas.

A) 100 km B) 240 km C) 241 km
D) 242 km E) 581 km

30. Un automóvil usa gasolina de **b** octanos en la ciudad **A** y de **c** octanos en la ciudad **B**. Al llegar a la ciudad **B**, tras un largo viaje desde la ciudad **A**, el conductor paró en un grifo para llenar su tanque de combustible, encontrando gasolina de **a** y **d** octanos ($a < b < c < d$).

Entonces, determina el número de galones de octanaje **a** y octanaje **d**, respectivamente, necesarios para completar su tanque, sabiendo que la capacidad de este es **G** galones y aún le quedan **g** galones en el tanque ($g < G$).

A) $\frac{(d+c)G-(d+b)g}{d-a}; \frac{(c+a)G-(b+a)g}{d-a}$

B) $\frac{(d-c)G-(d-b)g}{d-a}; \frac{(c-a)G+(b-a)g}{d-a}$

C) $\frac{(d+c)G-(d+b)g}{d-a}; \frac{(c-a)G-(b-a)g}{d-a}$

D) $\frac{(d-c)G-(d-b)g}{d-a}; \frac{(c+a)G-(a+b)g}{d-a}$

E) $\frac{(d-c)G-(d-b)g}{d-a}; \frac{(c-a)G-(b-a)g}{d-a}$

Claves

NIVEL 1
1. D
2.
3. E
4. D
5. D
6. A
7. A
8. C
9. A
10. D

NIVEL 2
11.
12.
13. E
14. D
15. C
16. C
17. D
18. C
19. B
20. B

NIVEL 3
21. C
22.
23. A
24. A
25. B
26. C
27. E
28. B
29. D
30. E

Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO – PLANTEO DE ECUACIONES

1 Determina k en la ecuación cuadrática:
$x^2 - kx + 1 = 0$;
si su CS es {m}.

A) 2 B) 1 C) –2
D) 4 E) –4

2 Si: $Ax^2 - (A + 8)x + (5A + 2) = 0$, sabiendo que la diferencia de raíces es uno. Halla A.

A) $\frac{8}{5}$ y 2 B) $-\frac{8}{5}$ y -2 C) $-\frac{8}{5}$ y 2
D) 8 y 2 E) 5 y -2

3 Halla k para que las raíces de la siguiente ecuación sean iguales.
$x^2 + kx + 8 = k$; $(k < 0)$

A) –8 B) 8 C) 4
D) –4 E) 7

4 Halla el valor de **n** en la siguiente ecuación, si la suma de las inversas de sus raíces es $-\frac{1}{2}$.

$5x^2 + (n - 7)x - n + 8 = 0$

A) 22 B) 3 C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{22}$ E) $\frac{22}{3}$

5 Si $m > 0$, indica la mayor solución de:
$x^2 - 4x + 4 = m^2$

A) $m + 2$ B) $-m + 2$ C) $\frac{m}{2}$
D) $m - 2$ E) $m + 1$

6 Resuelve: $2x^2 + 9x + 2 = 0$ e indica la menor raíz.

A) $\frac{-9+\sqrt{65}}{2}$ B) $\frac{-9-\sqrt{65}}{4}$ C) $\frac{9+\sqrt{65}}{2}$
D) $\frac{-9+\sqrt{65}}{4}$ E) $9-\sqrt{65}$

7 Resuelve: $x^2 - 6x + 1 = 0$ e indica una de sus raíces.

A) $-3-\sqrt{2}$ B) $-3+\sqrt{2}$ C) $3-2\sqrt{2}$
D) $-3-3\sqrt{2}$ E) $-3+2\sqrt{2}$

8 Resuelve: $x^2 - x - 1 = 0$ e indica la mayor raíz.

A) $\frac{1-\sqrt{5}}{3}$ B) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
D) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

9 ¿Cuánto vale **m** para que $x^2 + 6x + m = 0$, tenga raíces iguales?

A) –9 B) 9 C) –7
D) 1 E) –1

10 Halla la suma de valores de n sabiendo que la ecuación de segundo grado tiene una raíz doble.
$(n-2)x^2 - (n-2)x + 5 = 0$

A) 20 B) 22 C) 24
D) 26 E) 28

11 En la siguiente ecuación: $3 + 2x^2 - 4x = 7 + 5x$, indica el producto de raíces.

A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 4
D) 1 E) –2

12 Resuelve: $3x + \frac{2}{x} = 7$

Indica una de las raíces al cubo.

A) $\frac{1}{27}$ B) 2 C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

13 Dada la ecuación de segundo grado en **x**:
$x^2 + (m-2)x + 4 = 0$
Analiza los valores de **m** para que las soluciones resulten ser números reales.

A) $m \in [-2; 6\rangle$ B) $m \in \mathbb{R} - \langle -2; 6\rangle$
C) $m \in \mathbb{R} - \langle -6; 2\rangle$ D) $m \in \mathbb{R} - [-8; 2]$
E) $m \in \langle -2; 6\rangle$

14 Si {a; b} es el conjunto solución de la ecuación:
$2x^2 - x + 3 = 0$; ¿cuál es el valor de M?
$M = (2a-1)(2b-1) + 8$.

A) 10 B) 12 C) 14
D) 15 E) 17

Claves

1. D	3. A	5. A	7. C	9. B	11. E	13. B
2. C	4. E	6. B	8. C	10. C	12. A	14. C

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Memoria

Lee atentamente solo las palabras de la columna de la derecha, tomate el tiempo que creas aportuno, luego las tapas. En seguida de las dos columnas de la izquierda señala las palabras memorizadas.

Primero	Soluciones	Lineal
Aspa simple	Exponente	Aspa simple
Algebraico	Grado	Grado
Cúbico	Término	Discriminante
Independiente	Semejante	Término
Cuadrático	Raíces	Cuadrático
Grado relativo	Dependiente	Independiente
Raíz conjugada	Lineal	Raíces
Discriminante	Bicuadrada	Soluciones

2. De la ecuación de segundo grado

$ax^2 + bx + c = 0$; $(a; b; c \neq 0)$

Podemos afirmar que:

( ) Si: $b^2 - 4ac > 0$, la ecuación tiene 2 soluciones.
( ) Si: $b^2 - 4ac = 0$, la ecuación no tiene solución.
( ) Si: $b^2 - 4ac < 0$, la ecuación tiene solución doble.

A) FVV B) VVF C) FFV
D) VVV E) VFF

3. De las siguientes ecuaciones:

I. $x^2 - x + 1 = 0$
II. $x^2 + 5x + 3 = 0$
III. $x^2 + 2x + 3 = 0$

¿Cuáles tienen raíces imaginarias?

A) I B) II C) III
D) I y II E) I y III

Razonamiento y demostración

4. Si r y s son las raíces de la ecuación:

$x^2 + px + 36 = 0$; tal que: $\frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{5}{12}$

Halla el valor de p.

A) 15 B) 16 C) –16
D) 17 E) –15

5. Halla m para que la suma de raíces sea $\frac{9}{2}$.

$(m + 1)x^2 - (m + 8)x + 10 = 0$

A) 2 B) 1 C) 3
D) 5 E) 7

6. Halla el valor de λ en la ecuación, si la media aritmética de sus raíces es 3.

$3x^2 - (5\lambda - 2)x + 8 = 0$

A) 6 B) 4 C) 2
D) 3 E) 1

7. En la siguiente ecuación: $3 + 2x^2 - 3x = 7 + 6x$, indica el producto de raíces.

A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2
D) 1 E) –2

8. Si α y β son raíces de la ecuación:

$x^2 - x + 1 = 0$

Calcula: $(\alpha^\beta + \beta^\alpha)(\alpha^\alpha + \beta^\beta)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9. Indica la naturaleza de las raíces de: $3x^2 - 18x + 27 = 0$

A) Raíces reales e iguales.
B) Raíces reales y diferentes.
C) Raíces complejas y conjugadas.
D) Raíces complejas e iguales.
E) Una raíz compleja y la otra real.

Resolución de problemas

10. En la ecuación: $mx^2 + nx + p = 0$ una raíz es el doble de la otra, entonces los coeficientes deben guardar la relación de:

A) $4n^2 = 9p$ B) $9n^2 - 2mp = 0$ C) $2n^2 = 9mp$
D) $n^2 - 8mp = 0$ E) $2n^2 = 9m$

11. Un auto con velocidad uniforme recorre 770 km en cierto tiempo; si su velocidad se incrementara en 7 km/h el viaje durará 1 hora menos.

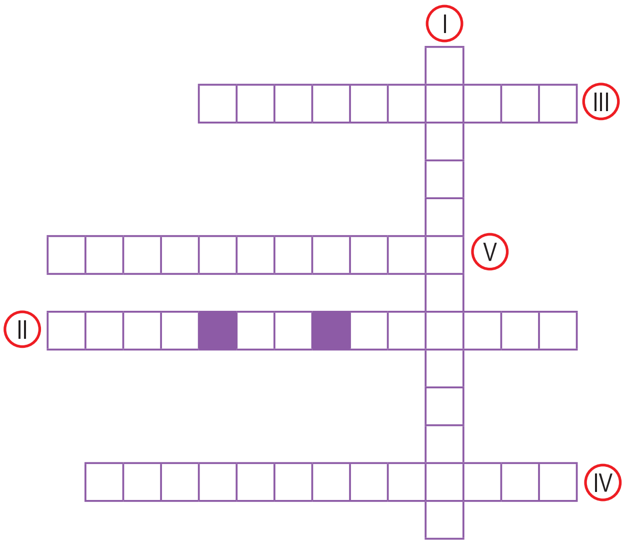
Determina el tiempo que demora el auto si su velocidad se disminuye en 18 km/h.

A) 14 h B) 15,8 h C) 16,8 h
D) 14,8 h E) 21 h

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Según los enunciados, escribe lo que corresponda de cada uno junto a su número respectivo.



I. En una ecuación de segundo grado si se cumple que las raíces x_1 y x_2 son reales e iguales: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

Quiere decir que su ______________ es igual a cero.

II. La relación: $\frac{-b}{a}$ en la ecuación $ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$, nos representa: ____________

III. Si el discriminante es un cuadrado perfecto, las raíces x_1 y x_2 son:_________________________

IV. Las raíces de una ecuación cuadrática se pueden obtener por dos métodos, uno de ellos es por fórmula general y el otro es por: _________________________

V. Si: $b = 0 \Rightarrow ax^2 + c = 0$

Si: $c = 0 \Rightarrow ax^2 + bx = 0$

Si: $b = c = 0 \Rightarrow ax^2 = 0$

Se llaman ecuaciones de segundo grado

____

13. Marca con (V) verdadero o (F) falso, según corresponda:

( ) Para que un producto de varios factores sea cero, al menos uno de los factores tiene que ser cero.

( ) La suma de las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ es $-c/a$ mientras que el producto es b/a.

( ) La ecuación $5x^2 + 2x - 7 = -7$ es incompleta.

( ) La ecuación $x^2 + xy - 2y^4$ es cuadrática respecto a y.

Razonamiento y demostración

14. Halla el valor de m en la ecuación si el producto de sus raíces es 1.

$(2m - 5)x^2 - (t - 6)x - (7 - m) = 0$

A) 1 B) –2 C) 6
D) 4 E) 7

15. Resuelve: $3x^2 - 6x = 0$

A) {2} B) {0} C) {0; 2}
D) {2;–2} E) {1}

16. Si (–3) es raíz de la ecuación: $6x^2 + x - \lambda = 1$.
Halla el valor de λ.

A) 50 B) 30 C) 54
D) 25 E) 1

17. Si (–2) es raíz de la ecuación: $3x^2 + 6x + \lambda = 0$.
Halla la otra raíz.

A) 1 B) 3 C) 5
D) 6 E) 0

18. Indica el producto de sus raíces de la siguiente ecuación: $\frac{1}{2x-5} = \frac{x-2}{x-1}$

A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{7}{2}$
D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

19. Una raíz de la ecuación es 2.

$x^2 - (a + 1)x - 5 = 0$

Halla la suma de sus raíces.

A) $\frac{-1}{3}$ B) 5 C) 2
D) $\frac{-1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Resolución de problemas

20. Determina el conjunto de valores de **k** para que las dos raíces de la ecuación:

$x^2 + 4kx + 4k^2 - 9 = 0$

estén comprendidas entre –5 y 11.

A) $\langle -4; 1\rangle$ B) $[-1; 7]$ C) $\langle -\sqrt{3}; \sqrt{3}\rangle$
D) $\langle -1; 4\rangle$ E) $[-2; \sqrt{3}]$

21. Halla **a**, tal que la suma de los cuadrados de las raíces de $x^2 + (2 - a)x = a + 3$ sea mínima.

A) 3 B) 2 C) 1
D) 9 E) 8

22. ¿Cuántos valores naturales admite c para que la suma de los cubos de las raíces de la ecuación:

$2x^2 - 3x + c = 0$ sea mayor que 1/8?

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. Se presenta la siguiente ecuación:

$3x^2 + qx + 84 = 0$ y $x_1; x_2$ sus raíces.

Verifica la verdad o falsedad de las proposiciones:

Para $|q| = 33$ se cumple:

I. La relación: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{4}{7}$ ( )

II. El valor absoluto del producto de sus raíces es –28. ( )

III. Se cumple: $|x_1 + x_2| = 12$ ( )

IV. No presentan raíces reales e iguales. ( )

24. Qué ecuación es la adecuada para dar solución al siguiente problema:

"Determina el número cuyo doble, aumentado en setenta y ocho veces su inverso nos da treinta y dos".

A) $x^2 - 19x + 40 = 0$

B) $x^2 - 16x + 39 = 0$

C) $2x^2 - 32x + 78 = 0$

D) $x^2 + 16x + 39 = 0$

Razonamiento y demostración

25. Halla m para que el producto de las raíces de la ecuación sea 6.

$(m - 2)x^2 - 5x + 2m = 0$

A) 4 B) 3 C) 7
D) 5 E) 8

26. Encuentra la mayor solución de:

$4\sqrt{x} + x - 5 = 0; x \in \mathbb{R}$

A) 5 B) 1 C) 25
D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{2}$

27. Halla los valores de n en:

$x^2 - 3nx + n^2 = 0$

Si sus raíces cumplen: $x_1^2 + x_2^2 = 175$

A) ±3 B) ±2 C) ±1
D) ±5 E) ±7

28. Encuentra el valor de n para que en la ecuación el producto de las raíces sea 7.

$3x^2 + 41x + n = 0$

A) 3 B) 22 C) 44
D) 25 E) 21

29. Dada la ecuación: $x^2 + x + 2 = 0$, de raíces a y b. Calcula:

$E = a^3 + a^2 + a + b + b^2 + b^3$

A) –1 B) 1 C) 2
D) 5 E) 4

30. Si α y β son raíces de la siguiente ecuación: $x(x - 6) = -3$
Calcula: $(1 + \alpha)(1 + \beta)$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

31. ¿Para qué valores del parámetro **k** las raíces de la ecuación serán reales positivas?

$(k - 3)x^2 - 2kx + 6k = 0$

A) $k \in \langle 0; \frac{18}{5}]$ B) $k \in \langle 0; 3 \rangle$ C) $k \in \langle 0; 3]$

D) $k \in \langle 3; \frac{18}{5}]$ E) $k \in [0; 3]$

Resolución de problemas

32. Determina aquel valor de h, tal que la suma de los cuadrados de las raíces del polinomio sea la más pequeña posible.

$P(x) = -x^2 + (h - 2)x + h + 3$

A) –1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 4

33. Un viaje a lo largo de un país se puede realizar o bien por tren o bien por auto. El viaje en auto dura cuatro días más que por tren, pero en tren se cobra 24 euros más diariamente que en auto. Cualquiera de los medios de transporte cobra en total por todo el viaje 702 €. Determina los días que dura el viaje en auto.

A) 13 días B) 11 días C) 23 días
D) 5 días E) 9 días

Claves

NIVEL 1
1.
2. E
3. E
4. E
5. B
6. B
7. E
8. C
9. A
10. C
11. D

NIVEL 2
12.
13.
14. B
15. C
16. A
17. E
18. A
19. D
20. A
21. C
22. B

NIVEL 3
23.
24. B
25. B
26. C
27. D
28. E
29. B
30. C
31. D
32. C
33. A

Aplicamos lo aprendido

TEMA 5: DESIGUALDADES E INECUACIONES

1 Encuentra el número de valores enteros que satisfacen:
$x^2 + x < 12$

A) 8 B) 7 C) 6
D) 5 E) 4

2 Calcula la suma de los valores naturales que satisfacen:
$2(x^2 - 10) \leq 3x$

A) 6 B) 10 C) 7
D) 8 E) 12

3 Sea F una función real tal que:
$F(x - 2) = x^2 - 7x + 10$
Encuentra el CS de: $F(x - 4) \geq 0$

A) $\langle -\infty; 4] \cup [7; +\infty\rangle$ B) $[4; 7]$
C) $\langle -\infty; 2] \cup [5; +\infty\rangle$ D) $[2; 5]$
E) $[4; +\infty\rangle$

4 Si: $x^2 - 6x + 4m > 7$, se cumple para cualquier valor real de x, calcula los valores que toma m.

A) $m < 4$ B) $m > 4$ C) $m < -4$
D) $m > -4$ E) $m < 7$

5 Si: $0 < a < b$, halla el mayor valor de x en:
$\frac{x}{b} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{x}{a} + \frac{a}{b^2}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

6 Si: $2x + 3 \in [7; 11]$, halla el menor valor de N que satisface la desigualdad:
$\frac{x+5}{x-7} \leq N$

A) -3 B) -2 C) $-\frac{7}{5}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{3}{8}$

7 Resuelve:

$$\frac{x}{x-1}-\frac{2}{x+1}-\frac{8}{x^2-1}<0$$

A) $\langle -2; -1\rangle \cup \langle 1; 3\rangle$ B) $\langle 1; 3\rangle$
C) $\langle -2; -1\rangle$ D) $\mathbb{R}$
E) $\langle -1; 1\rangle$

8 Resuelve:

$$3x^2-11x+10\leq 0$$

A) $[2; +\infty\rangle$ B) $\left\langle -\infty; \frac{3}{2}\right]$ C) $\left\langle -\infty; \frac{5}{3}\right]$
D) $\left[\frac{5}{3}; 2\right]$ E) $\left\langle \frac{5}{3}; 2\right\rangle$

9 Resuelve:

$$(x-3)^4(x+1)^5(x-2)^6\geq 0$$

A) $\langle -\infty; -1]$ B) $[2; 3]$ C) $[3; +\infty\rangle$
D) $[-1; 3]$ E) $[-1; +\infty\rangle$

10 Si a; b; c $\in \mathbb{R}^+$, determina el mayor valor de k, de modo que:

$$\frac{2a^2+3(b^2+c^2)}{a\sqrt{3bc}}\geq k$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

11 Resuelve:

$$\frac{x+3}{x-2}\geq 0$$

A) $]-\infty; -3]\cup]2; +\infty[$ B) $[-3; 2[$ C) $]-3; 2[$
D) $[-3; -2[$ E) $]-2; 3[$

12 Resuelve:

$$\frac{5x+1}{x+1}>6$$

A) $[1; 7]$ B) $]-5; -1[$ C) $]-1; 7]$
D) $]-1; 6]$ E) $[-1; 5]$

13 Resuelve:

$$\frac{2x-1}{x-5}>0$$

A) $\left\langle \frac{1}{2}; +\infty\right\rangle$ B) $\left\langle -\infty; \frac{1}{2}\right\rangle$ C) $x>5 \vee x<\frac{1}{2}$
D) $\left\langle \frac{1}{2}; 5\right\rangle$ E) $\langle 5; +\infty\rangle$

14 Resuelve:

$$(x+1)(x^3-8)<0$$

A) $\langle 0; 2\rangle$ B) $[-1; 2]$ C) $[-1; 2\rangle$
D) $\langle -1; 2\rangle$ E) $\langle -1; 2]$

Claves

1. C	3. A	5. D	7. A	9. E	11. A	13. C
2. B	4. B	6. C	8. D	10. D	12. B	14. D

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Si $x^2 - 6x + 8 < 0$, y además consideremos $\lambda = x^2 - 6x + 8$, entonces se puede afirmar que:

A) λ es cualquier real negativo.

B) $-1 < \lambda < 0$

C) $-1/2 \leq \lambda < 0$

D) $-1 \leq \lambda < 0$

E) $-1 < \lambda \leq 0$

2. Consideremos el polinomio
$P(x) = ax^2 + bx + c$, donde:
I. $a > 0$
II. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$

Entonces es cierto que:

A) $\exists\, r_0 \in \mathbb{R} / P(r_0) = 0$ B) $\exists\, r_0 \in \mathbb{R} / P(r_0) < 0$

C) $\forall\, x \in \mathbb{R}: P(x) > 0$ D) $\forall\, x \in \mathbb{R}: P(x) > 1$

E) $\exists\, x \in \mathbb{R} / P(x) \leq 0$

Razonamiento y demostración

3. Resuelve: $x^2 - 4x + 1 \leq 0$

A) $x \in [2 - \sqrt{3}\,; 2 + \sqrt{3}\,]$ B) $x \in [1 - \sqrt{3}\,; 1 + \sqrt{3}\,]$

C) $x \in [-\sqrt{3}\,; \sqrt{3}\,]$ D) $x \in \mathbb{R}$

E) $x \in \varnothing$

4. ¿Cuántos enteros no verificarán la inecuación?
$x(x + 2) > 2(x + 1) + 3$

A) 1 B) 4 C) 5
D) Infinitos E) 0

5. Al resolver la inecuación:
$(x + 3)(x - 2)(x - 5) \leq 0$
su CS es: $\langle -\infty; a] \cup [b; c]$
Calcula: $b + c - a$

A) 8 B) 5 C) 7
D) 4 E) 10

6. Resuelve:

$$\frac{(x+2)(x+1)}{x-3} \leq 0$$

A) $\langle -\infty; 1] \cup [2; 3\rangle$ B) $\langle -\infty; 2] \cup \langle 3; +\infty\rangle$

C) $\langle -2; 1] \cup]3; +\infty\rangle$ D) $\langle -\infty; -2] \cup \langle 3; +\infty\rangle$

E) $\langle -\infty; -2] \cup [-1; 3\rangle$

7. Teniendo en cuenta que $a; b \in \mathbb{R}$, además:
$a + b = a^2 + 1$.
Señala el conjunto de valores que adquiere b.

A) $\left[\frac{4}{3}; +\infty\right\rangle$ B) $\langle 0; +3\rangle$ C) $\mathbb{R}$

D) $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right\rangle$ E) $\left[\frac{3}{4}; +\infty\right\rangle$

8. Resuelve:
$x^2 - x - 1 \leq 0$

A) $[0; \frac{\sqrt{5}+1}{2}[$ B) $\left[\frac{-\sqrt{5}+1}{2}; \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right]$

C) $[0; \frac{\sqrt{5}+1}{2}]$ D) $]0; \sqrt{5}\,]$

E) $]0; -\sqrt{5}\,[$

9. Resuelve:

$$x - 8 + \frac{12}{x-6} \geq 2 - x + \frac{12}{x-6}$$

A) $\langle 6; 9\rangle$ B) $[5; +\infty\rangle$ C) $[6; 9]$

D) $x \in \varnothing$ E) $[5; +\infty\rangle - \{6\}$

10. Resuelve:

$$\frac{x+1}{x-2} > 0$$

A) $\langle -\infty; -1\rangle$ B) $\langle -1; 2\rangle$

C) $\langle -\infty; 1\rangle$ D) $\langle 3; +\infty\rangle$

E) $\langle -\infty; -1\rangle \cup \langle 2; +\infty\rangle$

Resolución de problemas

11. Si el numerador de una fracción es $6x + 1$, el denominador $7 - 4x$, y x puede tomar cualquier valor entre -2 y 2, ambos incluidos, entonces los valores de **x** para los cuales el numerador es mayor que el denominador son:

A) $\left\langle \frac{3}{5}; 3\right]$ B) $\langle 2; 5\rangle$ C) $\left\langle \frac{1}{5}; 3\right]$

D) $\left\langle \frac{3}{5}; 2\right]$ E) $\langle 1; 3]$

12. Si al triple de la edad de Estela se le resta 75 años, resulta menor que 15; pero si a la mitad de la edad se le suma 7 el resultado es mayor que 21. Determina la edad de Estela.

A) 42 años B) 30 años

C) 19 años D) 29 años

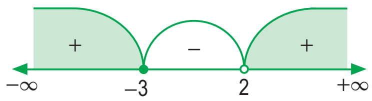
E) 41 años

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Respecto a la inecuación:

$\frac{x+3}{x-2} \geq 0$



Señala correcto (C) o incorrecto (I):

( ) Su CS $= \langle -\infty; -3] \cup \langle 2; +\infty \rangle$

( ) Una solución es (-3).

( ) Una solución es (2).

A) CCC B) III C) CCI
D) CII E) CIC

14. Memoria
Memoriza por un espacio de 30 segundos el sistema lineal de inecuaciones de una sola incógnita.

$\underbrace{5x - 14 < 3x - 4 \leq 6x + 2}$

$5x - 14 < 3x - 4$ ...(I)
$3x - 4 \leq 6x + 2$ ...(II)

Luego tápelas y siga leyendo:
Lleva a cabo los siguientes cambios ¡mentalmente! y responde a la pregunta final.

A. Resta 3x a ambos miembros de la primera inecuación.

B. Luego despeja la variable x.

C. De la segunda inecuación resta también 6x a ambos miembros.

D. Despeja la variable x.

E. Sobre una recta real interseca las soluciones de ambas inecuaciones.

F. Finalmente indica los valores enteros del conjunto solución obtenido.

Razonamiento y demostración

15. Se sabe que: $m \leq x^2 + 8x + 13 \leq n$
Determina **m . n** si $x \in [-6; -2]$

A) -3 B) 1 C) -2
D) -1 E) 3

16. Resuelve: $3x^2 + x + 8 \geq 0$

A) $x \in \langle 1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2} \rangle$

B) $x \in \mathbb{R}$

C) $x \in \varnothing$

D) $x \in \mathbb{R} - \{1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\}$

E) $x \in \mathbb{R} - \{2\}$

17. Determina el menor valor de k en:
$8x + 3 - 4x^2 \leq k; \ \forall \ x \in \mathbb{R}$

A) 8 B) 3 C) 7 D) -2 E) 9

18. Resuelve:

$\frac{1}{4x^2 - 25} \geq 0$

Indica el intervalo no solución.

A) $\left\langle -\frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right\rangle$ B) $\left[-\frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right]$ C) $\langle -\infty; +\infty \rangle$

D) $x \in \varnothing$ E) $x \in [-2; 2]$

19. Resuelve:
$\frac{x+1}{x-3} > 1$

Señala una solución:

A) $\langle -\infty; 1]$ B) $[1; +\infty\rangle$ C) $[3; +\infty\rangle$

D) $\langle 3; +\infty\rangle$ E) $\langle 1; +\infty\rangle - \{3\}$

20. Resuelve:
$\frac{2}{x} \geq \frac{3}{x} + 1$

A) $\langle -\infty; -1]$ B) $[-1; 0\rangle$ C) $[-1; +\infty\rangle$
D) $[-1; 1\rangle$ E) $[0; +\infty\rangle$

21. Dada la inecuación $\frac{x^2 + x}{x^2 + 1} < 1$ indica el número de enteros no negativos que la verifique.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $\varnothing$

22. Resuelve la inecuación:
$x + 1 < (x + 1)(4x - x^2 - 3)$

A) $x \in \langle -1; +\infty\rangle$ B) $x \in \langle -\infty; -1\rangle$ C) $x \in \langle -\infty; 0\rangle$
D) $x \in \langle 1; +\infty\rangle$ E) $x \in \langle 2; +\infty\rangle$

Resolución de problemas

23. Entre qué límites debe estar comprendido el valor de k para que la inecuación:

$$x^2 + 2kx + k > \frac{3}{16}$$

se verifique $\forall \ x \in \mathbb{R}$.

A) $\left\langle 0; \frac{1}{2} \right\rangle$ B) $\left\langle \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right\rangle$ C) $\left\langle \frac{1}{4}; \frac{5}{2} \right\rangle$

D) $\left[\frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right\rangle$ E) $\left\langle 0; \frac{3}{4} \right\rangle$

24. Dos fracciones que tienen denominadores 13 y por numeradores dos números enteros consecutivos, comprende entre ellas la fracción cuyo valor decimal es $0,15\overset{\frown}{45}$. Halla la menor de las fracciones.

A) 2/13 B) 3/13 C) 4/13 D) 5/13 E) 6/13

NIVEL 3

Comunicación matemática

25. Si: a; b; c $\in \mathbb{R}^+ - \{0\}$

Además: $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+b+c) \geq \lambda$

Entonces, podemos afirmar que:

A) El mayor valor de λ es 3.
B) El mínimo valor de λ es 3.
C) El mayor valor de λ es 9.
D) El mínimo valor de λ es 9.
E) No se puede determinar el valor de λ.

26. Qué sistema lineal de inecuaciones es la adecuada para dar solución al problema:

Se compró un número impar de manzanas. Si se vende la cuarta parte quedan menos de 119 por vender y si se vendiera la sexta parte quedarían más de 130 por vender. ¿Cuántas manzanas se compraron?

Siendo x el número de manzanas.

A. $\frac{x}{4}+x>119$
$\quad\frac{x}{6}+x>130$

B. $x-\frac{x}{4}>119$
$\quad x+\frac{x}{6}>130$

C. $x-\frac{x}{4}<119$
$\quad x-\frac{x}{6}>130$

D. $x-\frac{x}{4}\geq 119$
$\quad x-\frac{x}{6}>130$

Razonamiento y demostración

27. Resuelve:
$\frac{-x-4}{3} > x^2 - \frac{16}{3}$

Indica el número de valores enteros que la verifican.

A) 1 B) 3 C) 5 D) 2 E) 4

28. Calcula **n** en:
$(n^2-1)x^2 - 2(1-n)x + 1 \geq 0$

Se cumple $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

A) $\langle -1; 1\rangle$ B) $\langle -\infty; 0]$ C) $[2; 4]$
D) $\langle 1; +\infty\rangle$ E) $[0; 1]$

29. Encuentra el conjunto solución de:
$\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2} \leq 0$

A) $\langle -1; 3]$ B) $\langle 1; 3] - \{2\}$ C) $[-1; 3]$
D) $[-1; 3] - \{2\}$ E) $\mathbb{R} - \{2\}$

30. Resuelve: $0 < \frac{x^3-1}{x-1} < 3$

A) $\langle -2; 0\rangle$ B) $\langle -2; 1\rangle$ C) $\mathbb{R}$
D) $\varnothing$ E) $[-2; 1]$

31. Siendo $a>0$; $b>0$; $c>0$; $d>0$, indica la correcta afirmación acerca de λ siendo:

$\lambda = \frac{\sqrt[4]{abcd}}{a+b+c+d}$

A) $\lambda \leq \frac{1}{4}$ B) $\lambda \geq 4$ C) $\lambda \leq \frac{1}{8}$
D) $\lambda \geq \frac{1}{4}$ E) $\lambda < \frac{1}{2}$

32. Si $x \in [5; 8]$, indica el mayor valor que toma la expresión:
$\frac{x-3}{x+1}$

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{9}{5}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{3}{9}$

33. Resuelve: la inecuación:
$(x+1)^2(x-2)(x^2-x-6) > 0$

A) $\mathbb{R} - \{-1\}$ B) $\langle -\infty; 2\rangle \cup \langle 3; +\infty\rangle$
C) $\varnothing$ D) $\langle -2; 2\rangle \cup \langle 3; +\infty\rangle - \{-1\}$
E) $\langle -2; 2\rangle \cup \langle 3; +\infty\rangle$

34. Resuelve:
$$\frac{(x-1)^7(x+2)^8x}{(x-2)^5} < 0$$

Indica un intervalo solución.

A) $\langle -\infty; 0\rangle$ B) $\langle -2; 2\rangle$ C) $\langle 0; 1\rangle$
D) $\langle -\infty; -1\rangle$ E) $\langle 1; 2\rangle$

Resolución de problemas

35. Entre Gianna y Mirella tienen menos de 6 hijos, Gianna tiene más hijos que Alicia y aunque Mirella tuviera un hijo menos, seguirá teniendo más hijos que Alicia. ¿Cuántos hijos tiene Mirella?

A) 1 B) 4 C) 3 D) 2 E) 5

36. Cada litro de ácido acético **M** contiene al menos, cinco veces la cantidad de agua que cada litro de ácido acético **N**. Una mezcla de 5 litros de ácido acético **M** y 5 litros de ácido acético **N** contiene, al menos, 7 unidades de agua.

Determina el número mínimo de unidades de agua que contiene cada litro de ácido acético **M**.

A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{7}{6}$

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1. D	7. E	13. C	19. D	25. C	31. A
2. C	8. B	14.	20. B	26. C	32. D
3. A	9. E	15. A	21. A	27. E	33. D
4. C	10. E	16. B	22. B	28. D	34. E
5. E	11. D	17. C	23. B	29. B	35. C
6. E	12. D	18. B	24. A	30. B	36. E

MARATÓN Matemática

Encuentra las raíces reales de la siguiente ecuación:

$$\sqrt{\frac{x}{3}} + 5x - 3 = \frac{x}{3}$$

Resolución:

Analizando las restricciones en la ecuación:

$$\sqrt{\frac{x}{3}} = 3 + \frac{x}{3} - 5x = 3 - \frac{14x}{3} = \frac{9-14x}{3}$$

$$x \geq 0 \wedge x \leq \frac{9}{14} \Rightarrow x \in \left[0; \frac{9}{14}\right] \qquad ...(I)$$

Realizamos el cambio de variable: $\frac{x}{3} = z^2 \Rightarrow x = 3z^2$ ...(II)

Reemplazamos en la ecuación:

$z + 15z^2 - 3 = z^2$

$14z^2 + z - 3 = 0$

$7z \quad -3$

$2z \quad 1$

$(7z - 3)(2z + 1) = 0$

$z = \frac{3}{7} \vee z = -\frac{1}{2}$ ...(III):

De (II) y (III):

$x = \frac{27}{49} \vee x = \frac{3}{4}$ ...(IV)

De (I) y (IV): $x = \frac{27}{49}$

1. Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones:

$\sqrt{x+2} = 3$	Ec. lineal $x =$
$x/3 + 4 = 7$	Ec. lineal $x =$
$\sqrt{2x^2 - 4} = x$	Ec. con radicales $x =$
$x^2 - x - 6 = 0$	Ec. cuadrática $x_1 =$ $x_2 =$
$\sqrt{x+2} - \sqrt{1-3x} = 1$	Ec. con radicales $x_1 =$

2. Responde correcto (C) o incorrecto (I), según corresponda:

- $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 7 & 6 \\ 7 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ es una matriz de orden 4×3. ( )
- Si $A = A^T$, entonces A es simétrica. (Siendo A una matriz cuadrada). ( )
- Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ( )

3. Determina: $m + n + p + q$, si:

$$\begin{pmatrix} m & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ n & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q & 12 \\ 7 & p \end{pmatrix}$$

A) 21 B) 22 C) 25
D) 23 E) 28

4. Si $H = \begin{pmatrix} x^2 & -6 \\ x & 1 \end{pmatrix}$; y, además, Det (H) = 7.

Determina H^2; si $x > 0$.

A) $\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 4 & -36 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 1 & -12 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

5. Si: $\begin{cases} x + 6y = m \\ 3x + 3y = 7 \end{cases}$

Además: $x > y$ e $y > 0$, indica entre qué valores varía m.

A) $\left\langle -24; \frac{7}{2} \right\rangle$ B) $\langle 24; 72 \rangle$ C) $\left\langle -24; \frac{7}{3} \right\rangle$

D) $\left\langle \frac{7}{3}; 14 \right\rangle$ E) $\langle 2; 7 \rangle$

6. Determina $a + 2b$ para que el sistema:

$\begin{cases} ax + 3y = 6 \\ 4x + by = 1 \end{cases}$

tenga soluciones infinitas.

A) 25 B) 26 C) 27
D) 28 E) 29

7. Determina el conjunto solución de:

$\sqrt{x^2 - 3x + 3} < 2x - 1$

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - [-2; 1]$ C) $\mathbb{R} - \left[-\frac{2}{3}; 1\right]$

D) $\mathbb{R} - [-1; 2]$ E) $\langle 1; +\infty \rangle$

8. Dados los conjuntos A y B, determina: $(A \cap B)$

$A = \{x \in \mathbb{Z} / -3 < 3x + 12 \leq 27\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z}^+ / 17 \leq x^2 + 1 \leq 50\}$

A) {4} B) $\varnothing$ C) {4; 5}
D) {–4; –3; ...; 6; 7} E) [4; 5⟩

9. Sea P(x) un polinomio real cuyas raíces son: 0; 1; 2; ...; (n – 1). Calcula la determinante de:

$$\begin{vmatrix} P(n) & P(n+1) & P(n+2) & \cdots & P(2n) \\ P(n-1) & P(n) & P(n+1) & \cdots & P(2n-1) \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ P(0) & P(1) & P(2) & \cdots & n! \end{vmatrix}$$

A) n B) n! C) $n!^n$
D) n^n E) $(n!)^{n+1}$

Unidad 4

Álgebra

RECUERDA

Evariste Galois (1811 - 1832)

Fue un matemático francés. Hijo de una familia de políticos y juristas, fue educado por sus padres hasta los doce años, momento en el que ingresó en el College Royal de Louis-le-Grand, donde enseguida mostró unas extraordinarias aptitudes para las matemáticas.

Con solo dieciséis años, interesado en hallar las condiciones necesarias para definir si una ecuación algebraica era susceptible de ser resuelta por el método de los radicales, empezó a esbozar lo que más adelante se conocería con el nombre genérico de «teoría de Galois», analizando todas las permutaciones posibles de las raíces de una ecuación que cumplieran unas condiciones determinadas.

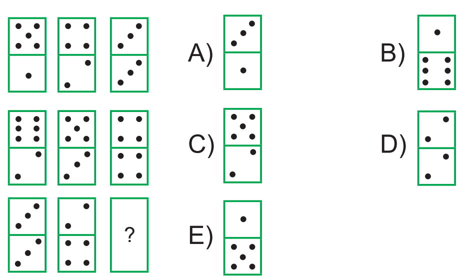
Mediante dicho proceso, que en terminología actual equivale al de hallar el grupo de automorfismos de un cuerpo, sentó las bases de la moderna teoría de grupos, una de las ramas más importantes del álgebra.

Reflexiona

- *Haz de los principios el centro de tu vida y todo lo demás se acomodará solo, incluidos los amigos.*
- *Si pones en primer lugar los principios, harás más amistades y serás mejor amigo. Irónico, pero cierto, porque tu seguridad no vendrá de fuera, sino de dentro.*
- *Serás estable y a todo el mundo le gusta estar con gente estable.*
- *Haz todos los amigos que puedas, pero nunca centres tu vida en ellos.*
- *¡Eres un ser único e inimitable, cultiva plenamente tus valores!*

¡Razona...!

¿Cuál es la figura que completa el esquema?



Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: VALOR ABSOLUTO

1 Resuelve: $10|x-2|^2 + 13|x-2| = 3$

A) $\left\{\frac{9}{5}; \frac{11}{5}\right\}$
B) $\left\{\frac{-9}{5}; \frac{11}{5}\right\}$
C) $\left\{\frac{-9}{5}; \frac{-11}{5}\right\}$
D) $\{9; 11\}$
E) $\{-9; -11\}$

2 Resuelve: $\left|\frac{x^2}{x-1}\right| = \left|\frac{x^2-16}{x+4}\right|$

A) $\left\{\frac{4}{5}\right\}$
B) $\left\{-\frac{4}{5}\right\}$
C) $\{4\}$
D) $\left\{-\frac{1}{5}\right\}$
E) $\{-4\}$

3 Resuelve:
$|3x-2| = 8-2x$

A) $\{-6; 2\}$
B) $\{-2; 7\}$
C) $\{3\}$
D) $\{-4; 3\}$
E) $\{-6; 4\}$

4 Resuelve:
$x^2 + 6|x| - 16 > 0$

A) $\langle -\infty; -2] \cup [2; +\infty\rangle$
B) $\langle -\infty; 2\rangle$
C) $\langle -\infty; -2\rangle \cup \langle 2; +\infty\rangle$
D) $[2; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -2\rangle \cup [2; +\infty\rangle$

5 Resuelve:
$|x^2 + 2x - 3| < |2 - 2x|$

A) $[-5; -1]$
B) $[-4; -1]$
C) $\langle -5; -1\rangle$
D) $[-3; 2]$
E) $[-5; -2\rangle$

6 Resuelve:
$|x^2 - 6x + 8| + x \geq 4$

A) $[1; 2]$
B) $\langle -\infty; 1\rangle \cup \{4\}$
C) $\{1; 4\}$
D) $\langle -\infty; 1] \cup [3; +\infty\rangle$
E) $\langle -1; 3\rangle \cup \{4\}$

7 Resuelve:

$|5x - 3| = 4x + 1$

A) 4   B) $\frac{2}{9}$ C) 4 ó $\frac{2}{9}$
D) -4 ó $\frac{2}{9}$ E) -4

8 Resuelve:

$|3x - 5| < 7$

A) $\left\langle -\frac{2}{3}; 4 \right\rangle$ B) $\left\langle -4; -\frac{2}{3} \right\rangle$ C) $\langle 1; 4 \rangle$
D) $\left\langle \frac{2}{3}; 4 \right\rangle$ E) $\left\langle \frac{2}{3}; 7 \right\rangle$

9 Resuelve:

$|5x + 1| > 2x - 8$

A) $[-3; 1\rangle$ B) $\langle -3; 1\rangle$ C) $\langle -3; -1\rangle$
D) $[-3; 1]$ E) $\mathbb{R}$

10 Resuelve:

$|5x - 2| \leq 3x + 4$

A) $[-1/4; 3]$ B) $[-3/4; 2/5]$ C) $[-3/4; 2]$
D) $[2/5; +\infty\rangle$ E) $[-3/4; 3\rangle$

11 Resuelve:

$|3x - 9| < x + 1$

A) $\varnothing$ B) $\mathbb{R}$ C) $\langle 2; 5\rangle$
D) $\langle 3; 4\rangle$ E) $\langle 5; 7\rangle$

12 Resuelve e indica una solución:

$\left|\frac{2x-2}{2x-3}\right| = 2$

A) 5   B) 4   C) 3
D) 2   E) 1

13 Resuelve: $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 30 - |2x - 2|$

A) $\{10\}$ B) $\{10; 11\}$ C) $\{-9; 11\}$
D) $\{-10; 10\}$ E) $\{9; -10\}$

14 Halla la suma de los valores enteros que satisfacen:

$||x + 1| - 1| \leq 3$

A) -5 B) -4 C) -9
D) 9   E) 5

Claves

1. A	3. A	5. C	7. C	9. E	11. C	13. C
2. A	4. C	6. D	8. A	10. A	12. D	14. C

Practiquemos

NIVEL 1

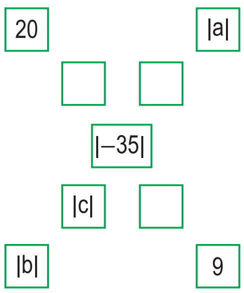
Comunicación matemática

1. CÁLCULO

Rellena los números que faltan en cada casilla para que la suma de cada diagonal dé como resultado 119.

Sabiendo que:

- $b = -28$
- "c" excede a "a" en 120.
- "b" restado de "c" nos da 76.



2. Emily y Estela resolvieron los ejercicios de valor absoluto propuestos en clase. Relaciona el tipo de ejercicio con su respectivo conjunto solución realizados por las alumnas.

Ejercicio 1: $|x^2 - x| = 0$

Ejercicio 2: $\left|\dfrac{3x-3}{x+1}\right| < 2$

Ejercicio 3: $||x| - 2| = 3$

Ejercicio 4: $\left|\dfrac{6}{5x-4}\right| > 3$

Estela: $CS = \left\langle \dfrac{2}{5}; \dfrac{6}{5} \right\rangle$

Emily: $CS = \left\langle \dfrac{1}{5}; 5 \right\rangle$

Razonamiento y demostración

3. ¿Cuántas soluciones enteras tiene la inecuación: $|x + 1| \leq 2 \leq |x + 3|$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. Halla el conjunto solución de la inecuación: $|x|x \leq 4$

A) $[0; 2]$ B) $[-2; 2]$ C) $\langle -\infty; 0]$
D) $\langle -\infty; 2]$ E) $\langle -\infty; 1]$

5. Halla la menor y la mayor solución:
$|x - 2|^2 - 3|x - 2| + |2| = 0$

A) {0; 1} B) {0; 3} C) {1; 3}
D) {3; 4} E) {0; 4}

6. Halla la suma de los valores de x que satisfacen la ecuación:
$|x - 4|^2 - 5|x - 4| = -6$

A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

7. Halla la suma de los valores de x que satisfacen la ecuación:
$5|x - 1| - 6 = 2\sqrt{(x-1)^2}$

A) 1 B) 3 C) 4 D) 2 E) 5

8. Resuelve $|2x + 8| \leq |x + 4| + 3$

A) $[7; 15]$ B) $[1; 7]$ C) $[-7; -1]$
D) $\langle 2; 5\rangle$ E) $\langle -7; -1\rangle$

9. Si: $|2x| < 5$ y se cumple que: $A \leq 4x^2 - 12x + 1 < -B$

Halla: $\left(\dfrac{B}{A}\right)$

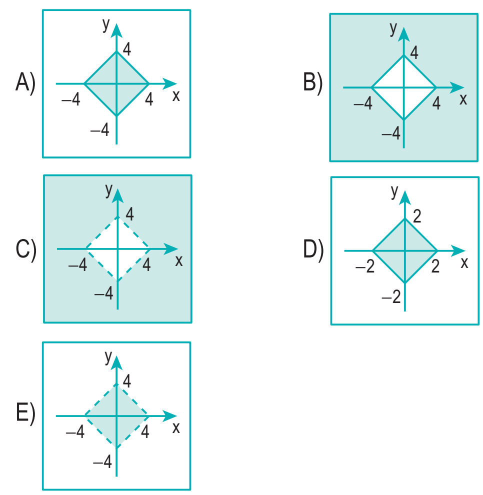
A) $\dfrac{5}{2}$ B) 7 C) $\dfrac{3}{4}$ D) 1 E) $\dfrac{1}{3}$

10. Resuelve:
$|x^2 - 4| = |3x|$

A) –1 B) 4 C) 1 ó –4 D) –1 ó 4 E) C ∪ D

Resolución de problemas

11. La gráfica de la desigualdad $|x| + |y| < 4$ es:



12. Determina el número de puntos de $A \cap B$, si A y B están dados por:
$A = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / |x| + |y| \leq 4\}$
$B = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / |x| + |y| \geq 4\}$

A) Un punto. B) Dos puntos. C) Cuatro puntos.
D) Ocho puntos. E) Infinitos puntos.

NIVEL 2

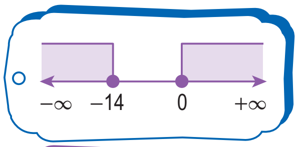
Comunicación matemática

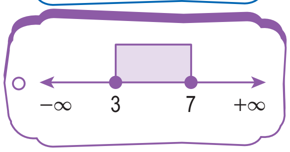
13. Traza el camino correcto más largo que una las dos flechas. Pero para pasar de una casilla a otra, la suma de las casillas debe terminar en 1 o en 5, previamente define el resultado de los valores absolutos. Por ejemplo, pasar de una casilla con 7 a otra con un 4 sería correcto, pues ambas suman 11.

$\frac{10}{\lvert -2 \rvert}$	+	$4\lvert -5 \rvert$	+	$\lvert -11 \rvert$
+		+		+
$\lvert -3 \rvert$	+	$\frac{\lvert -70 \rvert}{2}$	+	$\left\lvert -\frac{12}{2} \right\rvert$
+		+		+
$\lvert -3 \rvert \lvert -7 \rvert$	+	$\lvert -1+1 \rvert$	+	$\lvert -3 \rvert \lvert -5 \rvert$
+		+		+
$\lvert -4 \rvert$	+	$\lvert -3 \rvert$	+	$\lvert -2 \rvert^2$

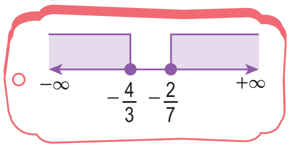
14. Relaciona cada inecuación con su respectiva solución gráfica.

- $|5x + 3| \geq -2x + 1$
- $|x - 5| \leq 2$
- $|3x + 1| \leq 2x - 3$
- $|x + 7| \geq 7$





∅



Razonamiento y demostración

15. Determina el número de soluciones que tiene la ecuación:

$x^2 - 6x + 7 + |x - 3| = 0$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

16. Resuelve:

$|x^3 - 7x + 3|^2 \geq 9$

e indica un intervalo solución.

A) $[-3; 3]$ B) $[1; 3]$ C) $[3; +\infty\rangle$
D) $[1; 2] \cup [3; +\infty\rangle$ E) $[1; 2]$

17. Resuelve:

$|x^4 + x^2 + 3| - |3x + 5| + |x^2 + 1| = x^4 + 2x^2$

Y da como respuesta el producto de soluciones.

A) $-1/3$ B) -3 C) -5 D) 1 E) 5

18. Halla la suma de valores absolutos de las soluciones de la ecuación.

$||x - 1| - 2| = 1$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

19. Si $|x - 3| \leq 5$, halla el mayor valor de m y el menor de n, tal que $m \leq |x + 9| \leq n$.

A) m = 5; n = 17 B) m = 7; n = 15 C) m = 7; n = 17
D) m = 2; n = 15 E) m = 5; n = 15

20. Halla la suma de los elementos de:

$N = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, |x - 2| < 197\}$

A) 785 B) 588 C) 786 D) 591 E) 750

21. Resuelve $|4 - x| < |3 + 2x|$, indica la menor solución entera positiva.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución de problemas

22. Señala el menor valor para x que dé solución al siguiente sistema:

$4x^2 + y^2 = -25\frac{x}{|x|}$

$|2x - 3| + y = 10$

A) −4 B) −3 C) −2 D) −1 E) 0

23. Sean las funciones:

$f(x) = \sqrt[4]{|x| - 8} - \sqrt{64 - x^2}$

$g(x) = (x^3)\text{sgn}(x)$,

Donde sgn es la función signo.

Luego, el número de elementos de $\{(x; f(g(x)))\}$ es:

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Señala la alternativa que tiene la secuencia correcta, después determina la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

I. $a \in \langle 0; 1\rangle \iff \frac{a}{1-a} \in \langle 0; +\infty\rangle$

II. $1 \leq x < 2 \iff 0 \leq \sqrt{\frac{2-x}{2x}} < \frac{\sqrt{2}}{2}$

III. $-2 < x < -1 \iff 4 < 2^{\left|\frac{x^2-1}{x+1}\right|} < 8$

A) VVV B) VVF C) VFF D) FFV E) FFF

25. SUMA 33

Sabiendo que:

- "m" entre "n" es – 5.
- "d" es la quinta parte de –10.
- "c" es el doble de –3.
- "a" excede a "b" en 12.

Agrupa conjuntos de 3 números en donde su suma sea 33. Ten en cuenta que las cifras que los integran deben ser colindantes (sea en forma horizontal; vertical o en diagonal) y no puede quedar ninguna suelta.

$\lvert -4^2\rvert$	$\left\lvert \frac{m}{n}\right\rvert$	$5\lvert -4\rvert$	$\lvert -10\rvert$	$\lvert 2\rvert^2$
$\frac{\lvert -7\rvert}{\lvert -1\rvert}$	$\lvert -7 -3\rvert$	1	$\lvert 1 + 2\rvert$	$\lvert b - a\rvert$
$2\lvert 5 - 2\rvert$	$\lvert\lvert -2\rvert - 10\rvert$	$\lvert -19\rvert$	$\lvert(-3)^3\rvert$	17
$5\lvert -4\rvert$	$\lvert -3\rvert\lvert -10\rvert$	$\lvert b - a\rvert$	$\lvert b - a\rvert$	$\lvert -3\rvert\lvert -10\rvert$
$\lvert -7\rvert + \lvert 2\rvert$	1	$\lvert d\rvert$	$\lvert -6\rvert + \lvert -3\rvert$	1
$\lvert -2\rvert^2$	$\lvert -4^2 + 1\rvert$	$\lvert -5 -2\rvert$	$\left\lvert \frac{m}{n}\right\rvert$	$\lvert d\rvert$
12	$\lvert c\rvert$	$5\lvert -4\rvert + 1$	$\lvert c\rvert + 2$	$\lvert -10\rvert$
$\lvert d\rvert$	$\lvert 2\rvert^2$	$\lvert -7\rvert + \lvert 2\rvert$	$\lvert -4^2\rvert$	7
$\lvert -3\rvert^3$	$\lvert -4^2\rvert$	23	$\lvert -1 -8\rvert$	1

Razonamiento y demostración

26. Resuelve:
$3x - 21 - \lvert\,\lvert 5x - 9\rvert - \lvert 3 - 3x\rvert + x - 21\rvert > 0$

A) $\langle 8; +\infty\rangle$ B) $[8; +\infty\rangle$ C) $\langle -\infty; 8\rangle$
D) $\langle -\infty; 8]$ E) $\varnothing$

27. Dados:
$A = \langle 1; 7] \subset \mathbb{R}$; $B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 < 1\}$
$C = \{x \in \mathbb{R} / x > 2\}$

Halla el complemento de $(A \cup B \cup C)$.

A) $\langle -\infty; -1]$ B) $\langle -\infty; -1] \cup \{1\}$ C) $\langle -\infty; 1]$
D) $\mathbb{R} - \{1\}$ E) $[1; +\infty\rangle$

28. Resuelve:
$\lvert 2x - 6\rvert - \lvert x - 2\rvert \leq \lvert 2x - 4\rvert - \lvert x - 3\rvert$

A) $[3; +\infty\rangle$ B) $[2; +\infty\rangle$ C) $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right\rangle$
D) $\langle -\infty; -5]$ E) $\langle -\infty; 6]$

29. Resuelve:
$\lvert\lvert x\rvert - 3\rvert = \lvert 3x + 2\rvert$

A) $\left\{-\frac{5}{2}; -\frac{5}{4}\right\}$ B) $\left\{\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right\}$ C) $\left\{-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$
D) $\left\{\frac{1}{4}; -\frac{5}{4}\right\}$ E) $\left\{-\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right\}$

30. Resuelve:
$\lvert x - 1\rvert - \lvert 5x - 3\rvert \leq 0$

A) $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$ B) $\left\langle -\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right\rangle$

C) $\left\langle -\infty; \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right\rangle$ D) $\left\langle -\infty; \frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right\rangle$

E) $\left[\frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right\rangle$

31. Resuelve: $\lvert\sqrt{x} + 2\rvert + \lvert\sqrt{x} - 2\rvert = \lvert 5\sqrt{x} + 2\rvert$

A) {1/4} B) {4/25} C) {16/9} D) {15/3} E) {4/9}

32. Dado $N = \{x \in \mathbb{Z} / (x - 3)^2 - 40 = 3\lvert x - 3\rvert\}$, halla la suma de los cuadrados de los elementos de N.

A) 130 B) 145 C) 115 D) 146 E) 120

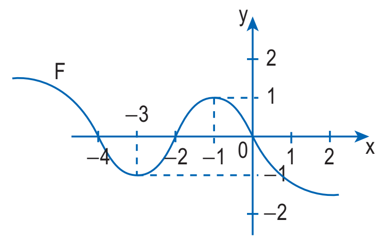
Resolución de problemas

33. Resuelve la ecuación, y da como respuesta la suma de sus soluciones.

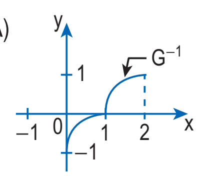
$$\sqrt{\lvert x + 2\rvert}(x + 2) = 3\sqrt{x^2(4 - x^2)}$$

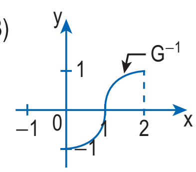
A) $\frac{1}{9}$ B) 9 C) $-\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{81}$ E) –9

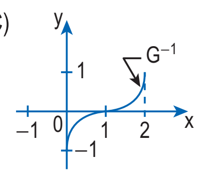
34. El gráfico de la función F se muestra a continuación:

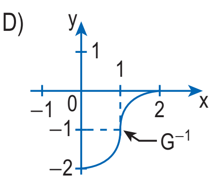


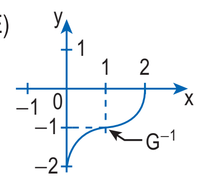
Determina, aproximadamente, el gráfico de la inversa de la función:
$G(x) = \lvert F(x - 2) + 1\rvert;\ -1 \leq x \leq 1$

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. D
4. D
5. E
6. A
7. D
8. C
9. B
10. E
11. E
12. B

NIVEL 2
13.
14.
15. C
16. E
17. D
18. E
19. C
20. C
21. A
22. C
23. C

NIVEL 3
24. C
25.
26. A
27. B
28. C
29. D
30. C
31. B
32. D
33. C
34. C

Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: LOGARITMOS

1 Calcula M.

$M = \log_{\sqrt{2}} \text{antilog}_{\sqrt[4]{2}} \text{colog}_{\sqrt[6]{2}} 8$

A) –8 B) –9 C) –1
D) –5 E) 9

2 Calcula:

$E = \log_{\sqrt{2}} 3 . \log_{\sqrt[3]{3}} 5 . \log_{\sqrt[5]{5}} 7 . \log_{\sqrt[7]{7}} 2$

A) 202 B) 204 C) 206
D) 208 E) 210

3 Resuelve:

$\log_3(7 - x) > 0$

A) $\langle -\infty; 6]$ B) $\langle -\infty; 7\rangle$ C) $\langle 7; +\infty\rangle$
D) $\langle 6; +\infty\rangle$ E) $\langle -\infty; 6\rangle$

4 Si: $\log_4 y = 2$

Halla x (x > 0) en:

$\log_4\left(\dfrac{x^2y^3}{16}\right) = 5$

A) 2 B) 5 C) 7
D) 4 E) 8

5 Calcula el producto de las raíces de:

$64^{\log_x 4} = 16x$

A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{16}$
D) $\frac{1}{8}$ E) 4

6 Calcula L + 2, si:

$L = \log_4 25 . \log_3 7 . \log_5 9 . \log_7 4$

A) 6 B) 8 C) 12
D) 7 E) 10

7 Halla la suma de los elementos del conjunto solución de:

$\log_4[3 \cdot 2^{2x^2} - 32] = x^2$

A) 4 B) 2 C) 0
D) 6 E) 1

8 Calcula el valor de x que satisface la siguiente ecuación:

$\log_x 5 = x^5$

A) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ B) $(\sqrt{5})^4$ C) $\sqrt[5]{5}$
D) $2\sqrt{5}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

9 Si: $\log\log\log x = 1 + \log 2$

Calcula: $W = \sqrt{\log\sqrt{\log\sqrt{\log x}}}$

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2}{\sqrt{2}}$
D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt[4]{2}$

10 Calcula:

$A = 2e^{\ln\sqrt{2}} + \sqrt{e}^{\ln 4} - 2\sqrt{2}^{\ln e}$

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 1
D) 0 E) –2

11 Calcula:

$E = 2^{\log_3 5 \cdot \log_2 3} + 9^{\log_5 4 \cdot \log_3 5} + 10^{\log 5}$

A) 58 B) 22 C) 26
D) 91 E) 46

12 Si: $\log_2(x + y) = \frac{1}{4}$ y $\log_2(x^2 - y^2) = \frac{1}{3}$

Calcula: $\log_2(x - y)$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{6}$

13 Calcula:

$E = \sqrt{\frac{2^{2+\log_7 5} + 5^{\log_7 14}}{5^{\log_7 2}}}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

14 Calcula el valor de x:

$\log_x x^x + \log_{x^2} x^{x^2} = 4$

A) –4 B) 2 C) 4
D) 6 E) –6

Claves

1. B 3. E 5. C 7. C 9. A 11. C 13. C
2. E 4. A 6. A 8. C 10. B 12. D 14. B

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. De las proposiciones siguientes:

I. $\operatorname{colog}_{0,1} 100\,000\,000 = 8$

II. $\log \operatorname{antilog}_7 \operatorname{colog}_7(-10) = 1$

III. Los logaritmos de números reales positivos son siempre positivos.

IV. Es falso que en ningún caso se cumpla que:
$\log x - \log y = \log(x - 1/y)$

¿Cuántas son falsas?

A) Todas B) II - III C) Solo III
D) III y IV E) Solo I

2. Relaciona cada logaritmo con su resultado ($a, b \notin \{0;1\}$).

A) $\log_5(2a) + \log_5\left(\frac{1}{3b}\right)$	$\log_5((2a)(3b))$
B) $\log_5\left(\frac{1}{2a}\right) + \log_5(3b)$	$\log_5\left(\frac{2a}{3b}\right)$
C) $\log_5(2a) + \log_5(3b)$	$\log\left(\frac{7a}{3b}\right)$
D) $\log(3b) + \log\left(\frac{1}{3a}\right)$	$\log\left(\frac{b}{a}\right)$
E) $\log(3b) + \log(3a)$	$\log_5\left(\frac{3b}{2a}\right)$
F) $\log\frac{1}{3b} - \log\left(\frac{1}{3a}\right)$	$\log\left(\frac{a}{b}\right)$
G) $\log(7a) - \log(3b)$	$\log(9ab)$

Razonamiento y demostración

3. Halla la suma de los valores de x que satisfacen la ecuación:
$5^{\log_x(x^2 - 5x + 15)} = 3^{\log_x 25}$

A) 5 B) 6 C) 9
D) 10 E) 8

4. Definimos la función:
$f(x) = \log_a x$; $a > 0$ y $a \neq 1$ tal que:
$f(a) = b$ y $f(a + 2) = b + 1$

Calcula: $a^2 + b^2$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

5. Resuelve: $\log_{x-8}(x^2 - 16) = 2$

A) 5 B) -5 C) 8
D) $\varnothing$ E) 0

6. Calcula el logaritmo de $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ en base $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$.

A) 1 B) 2 C) -1
D) -2 E) 3

7. Calcula:
$$A = \frac{1}{1 + \log_a bc} + \frac{1}{1 + \log_b ac} + \frac{1}{1 + \log_c ab}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

8. Calcula:
$\log_3 \sqrt[4]{729\sqrt[3]{9^{-1}.\ 27^{-4/3}}}$

A) $\log_3 4$ B) 1 C) 9
D) 2 E) 3

9. Calcula:
$M = \log_4 49.\log_5 2.\log_{27} 125.\log_{\sqrt{7}} 3$

A) 7 B) 2 C) 1
D) 14 E) 49

Resolución de problemas

10. El conjunto de los números reales que satisfacen la inecuación:
$\log_6(x + 3 - 3\sqrt{x + 1}) < 1$ es:

A) $\{x / -1 \leq x < 0\}$

B) $\{x / 0 < x < 3\}$

C) $\{x / -1 \leq x < 15\}$

D) $\{x / 3 < x < 15\} \cup \{x / x > 30\}$

E) $\{x / -1 \leq x < 0\} \cup \{x / 3 < x < 15\}$

11. En una progresión aritmética de 21 términos el tercero, decimoprimero y decimonoveno son:

$$\log_n m,\ \log_p n,\ \log_m p$$

respectivamente.
Si se cumple que:

$$\left(1 + \log_{n^{\frac{1}{2}}} m^{\frac{1}{2}}\right), \log_{p^{\frac{1}{2}}} n \ \text{ y } \left(-1 + \log_{n^{\frac{1}{2}}} m^{\frac{1}{2}}\right)$$

Así considerando este orden, forma una progresión geométrica, determina el valor de:

$$\log_n(m^2p)^{100}$$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Relaciona cada proposición con su respectiva respuesta:

Proposición	Respuesta
$\text{colog}_{10}100$	7
$\text{colog}_3\sqrt{3}$	$\sqrt[4]{2}$
$\text{colog}_4(\log_5 625)$	$-\frac{1}{2}$
$\text{antilog}_2(\log_8 3)$	-2
$\text{antilog}_2(\log_{16} 2)$	-1
$\text{antilog}_2(\log_2 7)$	$\sqrt[3]{3}$

13. Determina los valores de x, y correlaciona:

Ecuación	Valor
$\log x^3 - \log x^2 = 6$	10^6
$10^{\log x} = 9$	$\sqrt[9]{3^4}$
$\log(x - a) - \log b = \log c$	$bc + a$
$\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x = \log_{27} 81$	9

Razonamiento y demostración

14. Calcula x en:

$$\frac{1 + \log_2(x - 4)}{\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3})} = 1$$

A) 6 B) 5 C) 10 D) 8 E) 4

15. Resuelve:

$$\frac{1}{\log_{(x-2)}7} + \frac{1}{\log_{(x+1)}7} = \log_7 4$$

A) 3 B) −3 C) −2
D) −1 E) ∅

16. Reduce:

$$F = \frac{\log_{\sqrt{3}}5 . \log_5 4 . \log_4 \sqrt{27}}{\log_{ab} n + \frac{1}{\log_{\left(\frac{ab}{n}\right)} ab}}$$

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

17. Si: $m, n \in \mathbb{R}^+ \wedge \log_{mn} m = 3$

Calcula el valor de: $\log_{mn} \frac{\sqrt{n^3}}{\sqrt[3]{m^7}}$

A) −6 B) −10 C) 6
D) −7 E) 7

18. Reduce:

$$\log_n \left\{ \log_n \sqrt[n-1]{n . \sqrt[-n]{n}} \right\}$$

siendo $n > 1$.

A) 1 B) n C) 1/2 D) −1 E) −2

19. Calcula:

$$E = \frac{1}{1 + \log_{bc} a} + \frac{1}{1 + \log_{ac} b} + \frac{1}{1 + \log_{ab} c}$$

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

20. Simplifica:

$$\frac{x^{\frac{\log(\log x^{-1})}{\log x}} + y^{\frac{\log(\log y^{-1})}{\log y}} + z^{\frac{\log(\log z^{-1})}{\log z}}}{\log(xyz)}$$

$\{x; y; z\} \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

A) 0 B) −1 C) 1
D) 2 E) −2

Resolución de problemas

21. Al resolver la desigualdad:

$\log_5\left(\frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{35}{8}\right) < 0$, determina la suma de todos los números x enteros que la satisfacen.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

22. Se tienen tres números enteros consecutivos m; n; p que cumplen la siguiente relación $m < n < p$; estos están en progresión geométrica. Mientras que:

$\log_2 m$, $\log_2 n$ y $\log_2 p$ están en progresión aritmética.

De la condición:

$7(\log_2 m)(\log_2 n)(\log_2 p) = 6(m + n + p)$

Determina el valor de $(2m + 1)^2$.

A) 94 B) 12 C) 80
D) 81 E) 91

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. Sean a; b; c ∈ ℝ tales que $0 < b < 1$ y $a < c$, determina los valores de verdad o falsedad de las siguientes proposiciones, señala la alternativa correcta:

I. $b^a > b^c$
II. $\log_b(a) > c$, si $a > b^c$
III. $\log_b(a) > \log_b(c)$

A) VVV B) VFV C) VFF
D) FFV E) FVF

24. Si a y N son valores conocidos, entonces [ ] determina que se debe calcular "x", es decir, hallar una cantidad "x" a la que se debe elevar una base "a" para obtener como resultado el número N. La operación que permite este cálculo se denomina [ ] (otra operación inversa de la potenciación y considerada como la [ ] operación del álgebra), donde x se denomina [ ].

El operador de la logaritmación se denota como **log**, se aplica así: [ ]

A) $a^x = N$ - potenciación - séptima base - $\log_a N$
B) $x^a = N$ - logaritmación - octava - base - $\log_a N$
C) $a^x = N$ - radicación - séptima logaritmo - $\log_a N$
D) $a^x = N$ - logaritmación - séptima - logaritmo - $\log_a N$

Razonamiento y demostración

25. Halla el producto de los elementos del conjunto solución de:
$\log_2 x - \log_{x^2} 256 = 3$

A) 10 B) 20 C) 15 D) 12 E) 8

26. Calcula x en:

$$(\log_{\sqrt[b]{b}} x)^{-1} + (\log_{x^b} b)^{-1} = 2;\ b > 0 \wedge b \neq 1$$

A) b^{-1} B) b^{-b} C) $\sqrt[b]{b}$
D) b E) b^b

27. Resuelve:

$$\begin{cases} \log x + \log y = 8 \\ x^{\log y} = 10^7 \end{cases}$$

Luego, calcula el mayor valor de $\dfrac{x}{y}$.

A) 10^2 B) 10^8 C) 10^6 D) 10^7 E) 10^9

28. Calcula:

$$\text{antilog}_{\sqrt[3]{3}}(\log_{\sqrt{2}}(\text{antilog}_{\sqrt[4]{2}}(\text{colog}_{\sqrt[6]{2}} 8)))$$

A) 27 B) $\dfrac{1}{9}$ C) $\dfrac{1}{27}$
D) $\dfrac{1}{3}$ E) 9

29. Resuelve: $\log_{\frac{1}{2}}(x - 5) > -2$

A) $x \in [5; 9]$ B) $x \in \langle 5; 9\rangle$
C) $x \in \langle 1; 9\rangle$ D) $x \in \langle -\infty; 5] \cup \langle 9; +\infty\rangle$
E) $x \in \langle -\infty; 5\rangle$

30. Calcula:

$$E = \log_{0,\widehat{6}}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{12}}\right) + \log_{\left(\frac{3}{5}\right)}\left(\sqrt[3]{\frac{9}{15}}\right)^{-1} + \log_{0,5}\sqrt{\frac{2}{\sqrt[3]{4}}}$$

A) 0 B) 1 C) –1
D) 2 E) $-\dfrac{1}{2}$

31. Calcula el valor de:
$A = \log(\text{antilog}_4(\log_2 20 - 1))$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución de problemas

32. Halla el número de raíces que tiene la ecuación:
$|\log_2|x|| + x^2 - 5 = 0$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

33. Sea **S** el conjunto en ℝ:

$$x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = \frac{1}{\log_x\left(\frac{3}{5}\right)}$$

Halla la cantidad de elementos de **S**.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1. B	6. C	12.	17. B	23. B	28. C
2.	7. A	13.	18. D	24. D	29. B
3. A	8. B	14. B	19. D	25. E	30. A
4. D	9. B	15. E	20. B	26. C	31. B
5. D	10. E	16. C	21. C	27. C	32. D
	11. A		22. D		33. A

Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: FUNCIONES

1 Sabiendo que:
$F = \{(5; 7a + 2b), (2; 8), (2; a + 5), (5; 5b - 2a)\}$
describe una función.
Calcula: $a + b$

A) 6 B) 7 C) 34
D) 12 E) 54

2 De la función:
$F = \{(2; 3), (3; 4), (4; 1)\}$
Calcula:
$A = F(F(2)) + F(F(3))$

A) 1 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

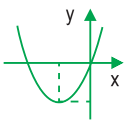
3 Calcula la suma de los elementos del rango de la función:
$F = \{(1; 5), (a; 6), (3; a^2), (3; 2a + 3)\}$

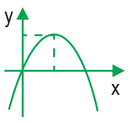
A) 18 B) 20 C) 15
D) 12 E) 6

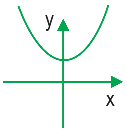
4 Halla el rango de la función:
$F(x) = \dfrac{5x + 3}{x + 6}$

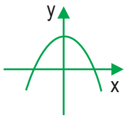
A) $\mathbb{R} - \{6\}$ B) $\mathbb{R} - \{-6\}$ C) $\mathbb{R} - \{5\}$
D) $\mathbb{R} - \{-5\}$ E) $\mathbb{R}$

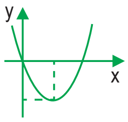
5 Grafica: $F(x) = x^2 + 6x$

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

6 Halla el dominio de la función:
$f(x) = \dfrac{1}{x - 2} + \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{5 - x}}$

A) $[1; 5\rangle$ B) $\langle 2; 5\rangle$ C) $[0; 5\rangle - \{2\}$
D) $[2; 5\rangle$ E) $\langle -2; -1\rangle$

7 Determina la suma de los elementos del rango de:
$f(x) = [\![x]\!] + 3;\ x \in [-2; 1]$

A) 3 B) 12 C) 10
D) 1 E) 18

8 Calcula el rango de $y = |x - 4| + 3$

A) $\mathbb{R}^+$ B) $[-1; +\infty\rangle$ C) $[3; 7]$
D) $[3; +\infty\rangle$ E) $[3; 4\rangle$

9 Si F es una función cuyo rango es un conjunto unitario, determina el dominio de F.
$F = \{(a + b; b), (ab; a - b), (a; 1), (3b; a - 1)\}$

A) $\{2; 3\}$ B) $\{5; 3\}$ C) $\{1\}$
D) $\{1; 10\}$ E) $\{0\}$

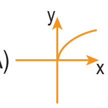
10 Si el Dom(f) $\in [-3; 2]$. Determina el rango de la función:
$f(x) = 2 - 3x$.

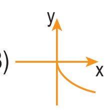
A) $[-4; 11\rangle$ B) $[-4; 11]$ C) $\langle -4; 11\rangle$
D) $\langle -11; 4]$ E) $[-11; 4\rangle$

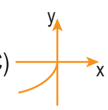
11 Determina el rango de la función:
$f(x) = x^2 - 2(|x| + 1) + 7$

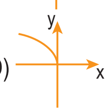
A) $\mathbb{R}$ B) $[6; +\infty\rangle$ C) $[-4; 4\rangle$
D) $[4; +\infty\rangle$ E) $[-8; 3\rangle$

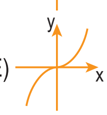
12 Indica la gráfica de:
$F(x) = -\sqrt{x};\ x \in \mathbb{R}$

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

13 Sea la función: $f(x) = -2x + 7$. ¿Cuál de los pares ordenados no pertenece a f(x)?

A) (2; 3) B) (1; 5) C) (0; 7)
D) (4; 15) E) (7; –7)

14 Determina el valor de m, si g(x) es una función constante.

A) ± 2 B) 3 C) ± 4
D) ± 5 E) 5

Claves

1. D	3. D	5. A	7. C	9. A	11. D	13. D
2. B	4. C	6. C	8. D	10. B	12. B	14. C

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa según corresponda.

a) En una ____________________, su dominio y rango están incluidos en los reales.

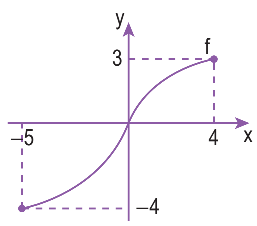
b) ____________________, es el subconjunto de todo producto cartesiano.

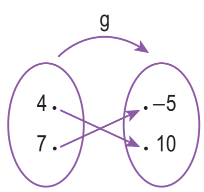
c) Se le conoce como imagen o conjunto de llegada: ____________________.

d) $y = x$ es una función llamada ____________________.

e) Sea $f(x)$ una función par, entonces es simétrica al: ____________________

f) Sean f y g funciones, completa:





$f(4) = \square$

$f(0) = \square$

$f(...) = -4$

$f(g(7)) = f(...) = \square$

$g(4) = \square$

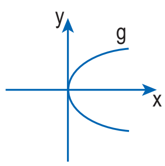
$g(...) = -5$

Dom(f) = [;]

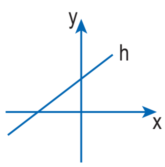
Dom(g) = {...; ...}

2. Responde verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

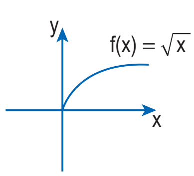
a) El conjunto $f = \{(1; 3), (4; 5), (7; 3), (2; b)\}$ es una función. ( )

b) 

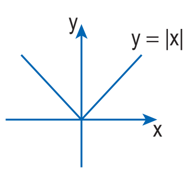
g es función. ( )

c) 

h es una función lineal. ( )

d) 

El dominio y rango de f(x) son $\mathbb{R}^+$. ( )

e) 

La función valor absoluto es simétrica al eje x. ( )

Razonamiento y demostración

3. ¿Cuántos enteros hay en el dominio de la función?

$F(x) = \sqrt[4]{2+x} + \sqrt[6]{2-x}$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 9

4. Si F es una función definida por:

$F = \{(1; x), (2; 5), (3; \sqrt{2}), (1; 6), (5; 5)\}$

Calcula: $[F(3)]^{F(1)} + 1$

A) 8 B) 9 C) 65 D) 16 E) 5

5. Dada la función:

$f(x) = \dfrac{x+2}{x-5}$

Determina su rango.

A) $\mathbb{R} - \{5\}$ B) $\mathbb{R} - \{1\}$ C) $\mathbb{R} - \{2\}$
D) $\mathbb{R} - \{7\}$ E) $\mathbb{R}$

6. Si: $F(x) = \begin{cases} 4x + 5; & x < 0 \\ 3x - 4; & x \geq 0 \end{cases}$

Calcula: $F[F(1)] - F[F(0)]$

A) 5 B) –5 C) –4
D) 4 E) 12

7. Halla el dominio de la función:

$F(x) = \sqrt{x - 2005}$

A) $\langle -\infty; 2005]$ B) $[2005; +\infty\rangle$ C) $\mathbb{R}$
D) $\langle 2005; +\infty\rangle$ E) $\langle -\infty; 2005\rangle$

8. Dada la función: $F(x) = \dfrac{x - |x|}{x}$; determina:
$\text{Dom}(F) \cap \text{Ran}(F)$

A) {2} B) {1; 2} C) {1; 2; 3}
D) $\mathbb{R} - \{0\}$ E) $\mathbb{R}^+$

9. Halla el rango de:
$F(x) = x^2 - 6x + 5;\ x \in \mathbb{R}$.

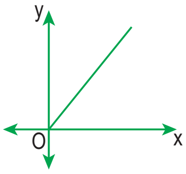
A) $\mathbb{R}$ B) $\langle -4; +\infty\rangle$
C) $[-4; +\infty\rangle - \{4\}$ D) $[-4; +\infty\rangle$
E) $[0; +\infty\rangle$

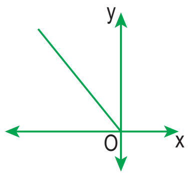
Resolución de problemas

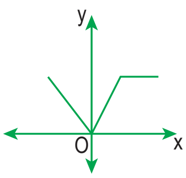
10. Si se tiene la función:
$F = \{(a; b), (3; c), (1; 3), (2b; 4)\}$ y que $F(x) = x - 2a$
Halla el producto de los elementos de la intersección de los elementos del dominio y el rango de dicha función.

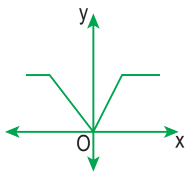
A) 2 B) 3 C) 6
D) 12 E) 24

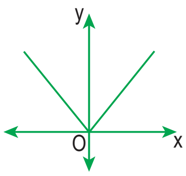
11. Sean las funciones:
$F(x) = x \wedge G(x) = |x|$
Grafica: $F(G(x))$

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

12. Si F es una función lineal, de manera que $F(1) = 2$ y $F(2) = 1$; da como respuesta: $F(20) + F(-18)$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. Sean $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 6}$ y $g(x) = |x - 3| + 2$ dos funciones; determina: $\text{Dom}(f(x)) \cap \text{Ran}(g(x))$

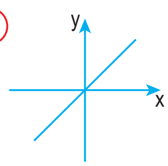
A) $[3; +\infty\rangle$ B) $[6, +\infty\rangle$ C) $[4; +\infty\rangle$
D) $\mathbb{R} - \{6\}$ E) $[3; 4]$

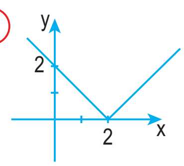
NIVEL 2

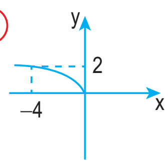
Comunicación matemática

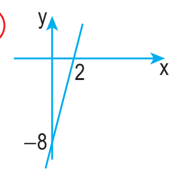
14. Relaciona correctamente la función y su gráfica.

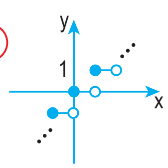
I. $y = [\![x]\!]$ II. $y = x$
III. $y = 4x - 8$ IV. $y = x^2 - 4$
V. $y = |x - 2|$ VI. $y = \sqrt{-x}$

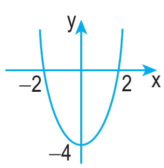
( ) 

( ) 

( ) 

( ) 

( ) 

( ) 

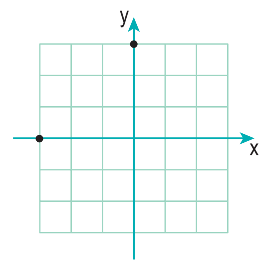
15. Completa los pasos para realizar las siguientes gráficas:

a) $y = x + 3$

- Determinamos los interceptos con los ejes coordenados.

x	y	
0		⇒ punto (0; ....)
	0	⇒ punto (........; 0)

- Graficamos, uniendo los puntos de intersección.



b) $y = 2x^2 - 4x + 5$ **(parábola)**
(↓ a, ↓ b)

a = ☐ ⇒ la parábola se abre hacia ....

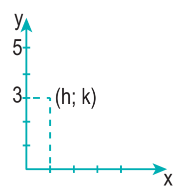
Vértices $(h;\ k) = \left(\dfrac{-\square}{2 \cdot \square};\ y(h)\right) = (\square;\ y(\ \ ))$

($h = -\dfrac{b}{2a}$, $k = y(h)$)

h = ☐

$k = 2h^2 - 4h + 5 =$ ☐

Esbozamos la gráfica cuyo vértice (h; k) es (.....; .....)



Nota: si x = 0, entonces y = 5.

Razonamiento y demostración

16. Determina los valores de a y b, de modo que el conjunto:
$F = \{(2; 5), (-1; 4), (2; 2a^2 - b), (-1; b - a^2)\}$
sea una función:

A) a = 3 y b = 13 B) a = –3 y b = 13 C) a = 3 y b = –13
D) a = 4 y b = 13 E) A y B

17. Sabiendo que:
$F = \{(5; 7a + 2b), (2; 5), (2; a + 2), (5; 5b - 2a)\}$
es una función. Calcula:
$F(2) + F(F(2))$

A) 6 B) 7 C) 34 D) 44 E) 54

18. Dado: $F = \{(0; 1), (1; 2), (2; 3)\}$
Halla: $F(0)^{F(1)} + F(1)^{F(2)} + F(2)^{F(0)}$

A) 9 B) 13 C) 15 D) 8 E) 12

19. Halla el rango en:
$F(x) = x^2 + 4x + 7;\ x \in \mathbb{R}$

A) $\mathbb{R}$ B) $[3; +\infty\rangle$ C) $\langle -\infty; 1]$
D) $\mathbb{R} - \{3\}$ E) $\mathbb{R} - \{7\}$

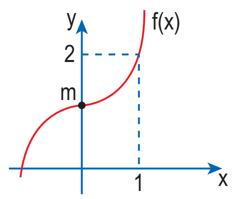
20. Dada la función F
$F(x) = ax^2 + bx + c;\ a; b; c \in \mathbb{R}$
Además: $F(3) = F(-2) = 0;\ F(4) = 12$
Calcula: F(2)

A) –10 B) –8 C) –3 D) 4 E) 7

21. Calcula el dominio de la función: $F(x) = \sqrt{|x-2|-3}$

A) $[-1; 5]$ B) $\langle -\infty; -5] \cup [1; +\infty\rangle$
C) $[-5; 5]$ D) $\langle -1; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -1] \cup [5; +\infty\rangle$

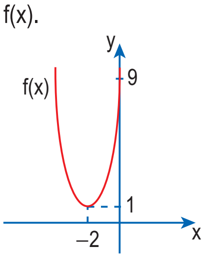
22. Dada la gráfica de f donde, $f(x) = mx^3 + n$, calcula mn.



A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 3 D) 3 E) 4

Resolución de problemas

23. Determina la regla de correspondencia de la siguiente función f(x).

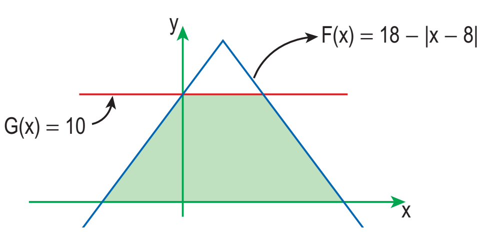


A) $y = 2x^2 + 8x + 24$
B) $y = x^2 + 5x + 13$
C) $y = x^2 - 2$
D) $y = 2x^2 + 8x + 9$
E) $y = 3x^2 + 9x + 3$

24. Sea: $f(x) = x^2 - 6x + 11$
Tal que: $f(x) \geq k;\ \forall\ x \in \mathbb{R}$
Entonces el mayor valor de k es:

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

25. Calcula el área de la región sombreada limitada por las funciones indicadas.

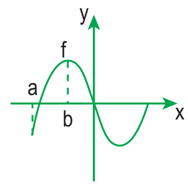


A) 150 B) 200 C) 260 D) 125 E) 250

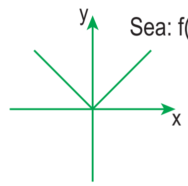
NIVEL 3

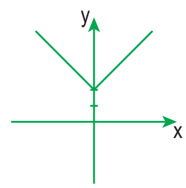
Comunicación matemática

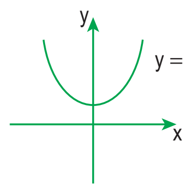
26. Identifica la alternativa falsa.

A)


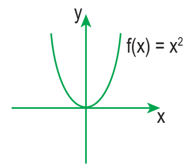
f es creciente de [a; b].

B)


Sea: $f(x) = |x|$
$\Rightarrow f(x) + 2$ es:


C)


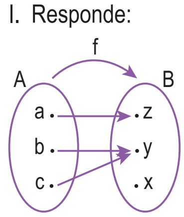
$y = ax^2 + bx + c$
$\Rightarrow$ a es positivo

D)


f(x) es inyectiva

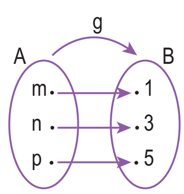
E) Sea $f(x): \mathbb{R} \Rightarrow [0; +\infty\rangle$ siendo $f(x) = \frac{|x|}{2}$;
f(x) es suryectiva.

27. I. Responde:



¿Es f inyectiva? ¿Por qué?

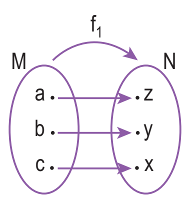
____
____



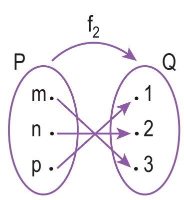
¿Es g suryectiva? ¿Por qué?

____
____

¿Las funciones f_1 y f_2 son biyectivas?, explica por qué.

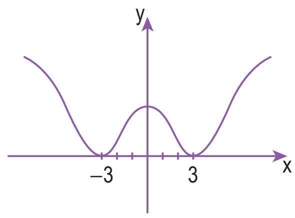


$f_1: M \rightarrow N$



$f_2: P \rightarrow Q$

II. Completa:



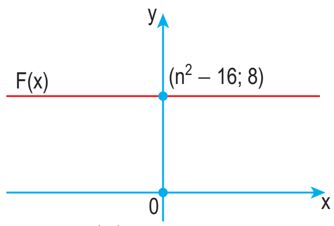
- La gráfica es simétrica al eje ______.
- La gráfica no es inyectiva porque ____________________ ____________________.
- Tiene un mínimo relativo en (___ ; ___) ∧ (___ ; ___)
- Las raíces de la función f son: ________

Razonamiento y demostración

28. F: $\mathbb{N} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$; es una función, tal que:
$F(a + b) = F(a) + F(b)$
$F(1) = 2$
Calcula: $F(n + 2) - F(n + 4)$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$

A) 2 B) –2 C) 4 D) –4 E) 0

29. Si la gráfica de la función $F(x) = 8$, es:



Calcula un valor de: $\dfrac{F(5)+n}{F(109)-2}$

A) $\dfrac{1}{3}$ B) 2 C) 0 D) –1 E) 4

30. Indica el número de elementos enteros del dominio de:

$$F(x) = \frac{\sqrt{x+5}+\sqrt{5-x}}{x^2-4}$$

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 6

31. Se tiene la función seccionada:

$$F(x) = \begin{cases} 2x + 1; & -3 \le x < 0 \\ x^2 + 1; & 0 \le x < 3 \end{cases}$$

Indica la imagen de F.

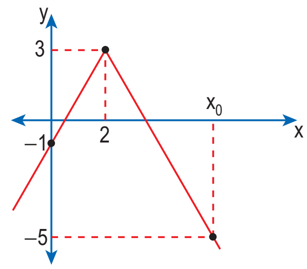
A) $\langle -3; 8]$ B) $[-3; 3]$ C) $[0; 3\rangle$
D) $\langle -4; 11]$ E) $[-5; 10\rangle$

Resolución de problemas

32. Sea F la función lineal: $F(x) = ax + b$
Si se cumple: $F(x + 1) - 2F(x) = x$
Calcula: $\dfrac{a-b}{7}$

A) –1/2 B) 1 C) 0 D) –1 E) 2

33. El gráfico representa una función cuya regla de correspondencia es: $f(x) = a|x - b| + c$
Determina: $\left(\dfrac{x_0}{abc}\right)$

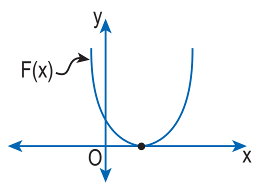


A) 1 B) 3 C) –2 D) –1/2 E) 3/4

34. Si el rango de la función decreciente:
$f(x) = \dfrac{ax+b}{x-2}$, es $\left\langle \dfrac{27}{8};\ 6 \right\rangle$
su dominio es $\langle 3; 10\rangle$, halla: $b + a$

A) 15 B) 16 C) 17 D) 10 E) 0

35. La gráfica de la parábola dada por:
$F(x) = x^2 - bx + b + 15$, es como se muestra en la figura:



Calcula: $(b - 2)^2$

A) 36 B) 49 C) 64 D) 81 E) 100

36. Realiza la gráfica de:

$$f(x) = \begin{cases} [\![x + 1]\!]; & x \in [-3; -2\rangle \\ |x - 2|; & x \in [-2; 2\rangle \\ 4; & x \ge 2 \end{cases}$$

37. Se lanza un proyectil hacia arriba y en un determinado tiempo su altura corresponde a una función $h(t) = 20t - 2t^2$, donde t está en segundos, determina en qué instante de tiempo alcanza su altura máxima.

A) 3 s B) 2 s C) 8 s D) 10 s E) 5 s

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. A
5. C
6. A
7. D
8. A
9. E
10. E
11. E
12. E
13. B
14. B

NIVEL 2
15.
16.
17.
18. A
19. C
20. A
21. B
22. A
23. B
24. C
25. A
26. D

NIVEL 3
27.
28.
29.
30. C
31. E
32. B
33. C
34. C
35. C
36. A
37. A

Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: PROGRESIONES

1 Determina el término de lugar 99 de la siguiente progresión:
: 2; 5; 8; ...

A) 100 B) 186 C) 296
D) 256 E) 9299

2 En una PA el término de lugar 53 es 5 y el de lugar 17 es (−58). Halla la razón.

A) 9/4 B) 3/4 C) 7/4
D) 11/2 E) 3/8

3 Dada la PA:
: $x + 1; x + 4; x^2 - 5$
Halla el valor numérico del tercer término.

A) 11 B) 3 C) 2
D) 4 E) Hay dos correctas

4 Tres términos consecutivos de una PA creciente tienen como suma 18 y como producto 120, halla el tercer término.

A) 2 B) 6 C) 10
D) 12 E) 8

5 En una PA se cumple que $a_8 = 26$ y $a_4 = 6$. Calcula el término a_{12}.

A) 32 B) 46 C) 39
D) 42 E) 48

6 Suma la siguiente expresión:

$$S = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^4 + \left(\frac{1}{5}\right)^6 + ...$$

A) 1/16 B) 1/2 C) 1/10
D) 1/5 E) 1/24

7 En una PG de 21 términos: $t_5 \cdot t_{17} = 64$. Halla el término central.

A) 6 B) 4 C) 8
D) 22 E) 16

8 En una PA de 25 términos, se sabe:
$a_3 + a_{23} = 56$.
Halla la suma de todos sus términos.

A) 640 B) 720 C) 100
D) 700 E) 540

9 Calcula:
$$R = 3 - \frac{3}{2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{8} + \frac{3}{16} - \frac{3}{32} + ...$$

A) 1/2 B) 2 C) 3
D) 1/3 E) 4

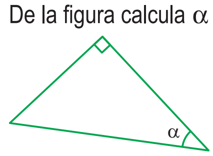
10 En una PG creciente se sabe que $S_6 = 9S_3$.
Halla el valor de la razón (q).

A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{3}{2}$ E) 6

11 Calcula
$$S = 17^2 + 18^2 + 19^2 + 20^2 + ... + 40^2$$

A) 20 000 B) 30 000 C) 20 644
D) 25 744 E) 40 000

12 De la figura calcula α si los ángulos siguen una PA.



α: ángulo menor

A) 20° B) 30° C) 40°
D) 60° E) 50°

13 La suma y el producto de los tres primeros términos de una PG creciente son 21 y 216, respectivamente, halla el tercer término.

A) 12 B) 64 C) 32
D) 81 E) 96

14 Determina el término central de una progresión aritmética de 7 términos, sabiendo que la suma de los términos de lugar impar es 100 y los de lugar par 75.

A) 21 B) 15 C) 25
D) 19 E) 18

Claves

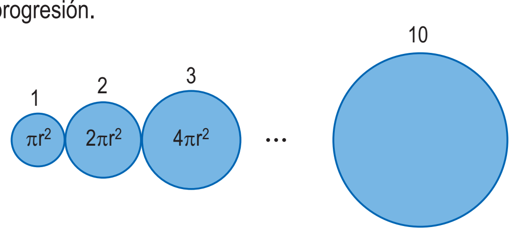
1. C	3. E	5. B	7. C	9. B	11. C	13. A
2. C	4. C	6. E	8. D	10. B	12. B	14. C

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. En la siguiente figura se muestran áreas de círculos en progresión.



I. Determina el área del círculo n.° 10 (T_{10}).

II. Determina el área del círculo n.° 7 (T_7).

III. Calcula la suma de las áreas de todos los círculos de la figura (S_n).

2. Completa las siguientes operaciones:

A) ::6, 9; 13,5; ...

$$q = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \qquad t_6 = 6 \cdot \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square}$$

$$S_6 = 6\left(\frac{\left(\frac{\square}{\square}\right)^6 - 1}{\frac{\square}{\square} - 1}\right)$$

Es una sucesión geométrica ____________ $q > 0$

B) $$\frac{2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \ldots}{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \ldots} = \frac{\frac{\square}{1 - \square}}{\frac{\square}{1 - \square}} = \frac{\frac{\square}{\square}}{\frac{\square}{\square}} = \frac{\square}{\square}$$

Razonamiento y demostración

3. De las siguientes progresiones determina $\frac{r.q}{\sqrt{2}}$.

: 4; 2; 0; ...

:: $\sqrt{2}$; 2; $\sqrt{8}$; ...

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) –2
D) $-\sqrt{2}$ E) 0

4. Calcula el décimo término de la PA.
m; –2m; 8 – m; ...

A) 8 m B) 50 C) 40
D) 52 E) 60 - m

5. En una progresión aritmética se sabe que $t_3 + t_6 = 57$; $t_5 + t_{10} = 99$ entonces, la razón pertenece al conjunto:

A) $\langle 1; \frac{5}{2} \rangle$ B) $\langle \frac{5}{2}; 4 \rangle$ C) $\langle 4; 6 \rangle$
D) $\langle \frac{13}{2}; 9 \rangle$ E) $\langle 9; 11 \rangle$

6. En la PA:

: x – 5; x + 11; 2x – 3; 5y – 2; ...

Halla: $\frac{x}{y}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

7. Interpola los 4 medios aritméticos entre 57 y 82, da como respuesta el 3.er término.

A) 57 B) 46 C) 82
D) 64 E) 67

Resolución de problemas

8. Dada la PG:
:: 7; 14; ... en la cual el producto de 2 términos consecutivos es 25 088. La suma de estos términos es:

A) 112 B) 224 C) 560
D) 448 E) 336

9. Un coronel manda 5050 soldados y quiere formar con ellos un triángulo para una exhibición, de modo que la primera fila tenga un soldado, la segunda dos, la tercera tres, ... ¿Cuántas filas habrá?

A) 80 B) 99 C) 100
D) 101 E) 91

10. Sea $0 < a < 1$, tal que: $1 + a + a^2 + a^3 + \ldots = 2$
Calcula: $1 + a^2 + a^4 + a^6 + \ldots$

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa:

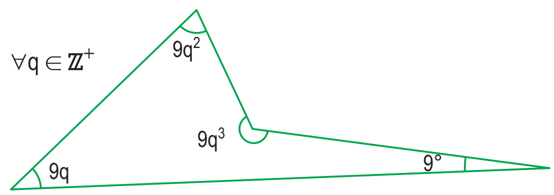
I. En una progresión ____________ la razón se determina dividiendo dos términos consecutivos.

II. Los recíprocos de una progresión ____________ forman una PA.

III. Para determinar la suma límite la PG tiene que ser: ________________ e ________________ .

A) Aritmética – armónica – creciente – infinita
B) Geométrica – aritmética – decreciente – finita
C) Geométrica – armónica – decreciente – infinita
D) Armónica – aritmética – decreciente – infinita
E) Aritmética – geométrica – cociente – infinita

12. Determina los ángulos internos de un cuadrilátero no convexo los cuales siguen una PG y el menor de ellos mide 9°.



Razonamiento y demostración

13. Determina la siguiente suma:

$S = 1 + 0,3 + 0,09 + 0,027 + 0,0081 + ...$

A) 7/10 B) 7 C) 10
D) 10/7 E) 0,00243

14. Dada la PA

: 0; 3; 6; 9;...

Halla los términos que se han de tomar a partir del undécimo, para que dé una suma igual a 495.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 9

15. Al interpolar 8 medios aritméticos entre 13 y 112, encuentra el término de lugar 8.

A) 89 B) 67 C) 90
D) 101 E) 121

16. Si $x < 1$, calcula la suma de la serie infinita:

$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + ...$

A) $(1 - x)^2$ B) $(1 - x)^{-2}$ C) $(1 + x)^2$
D) $(1 + x)^{-2}$ E) $1 + x$

17. Halla el número de medios proporcionales en la siguiente PG:
:: 2 ; 4 ; ...; 1024

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

Resolución de problemas

18. Halla la razón de una PA en la cual la suma de los n primeros términos vale: $(5n^2 + 7n)$.

A) 12 B) 10 C) 8
D) 34 E) 22

19. Determina el decimoquinto término de una PA si la suma de los n términos está determinada por:
$S_n = n(n + 8)$

A) 19 B) 14 C) 37
D) 24 E) 13

20. Se dibuja un triángulo equilátero de lado **a**, si se unen los puntos medios de los lados, se forma otro triángulo equilátero. Al efectuar la misma operación indefinidamente, el límite de la suma de los perímetros de todos los triángulos es:

A) a B) 20a C) 6a
D) 4a E) 8a

NIVEL 3

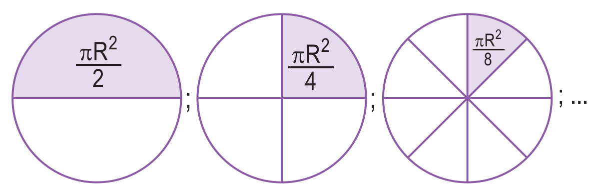
Comunicación matemática

21. Determina el término central de cada progresión.

A) $x^2; 4x + 2; 5x + 4; ...; \underset{tc}{\bigcirc}; ...; 89$ (PA) $x \in \mathbb{Z}^+$

B) $:: \frac{1}{m}; \frac{2}{9}; \frac{m+1}{27}; ...; \underset{tc}{\bigcirc}; ...; \frac{2^{14}}{3^{15}}$ (PG)

22. Se tiene la siguiente progresión de áreas, de partes de círculos de radio R.



I. Determina el área sombreada del círculo enésimo t_n.

II. Determina la suma de las áreas sombreadas de todos los círculos (S_{lim}).

Razonamiento y demostración

23. Si $x < 1$ calcula:

$$S = 1 + 3x + 5x^2 + 7x^3 + 9x^4 + ...$$

A) $\dfrac{1+x^2}{x^4}$ B) $\dfrac{x(x+1)}{(x^2+1)}$ C) x

D) $\dfrac{1+x}{(1-x)^2}$ E) $\dfrac{x(x+1)}{(x+6)^2}$

24. En una progresión aritmética, si el primer término es 1, se cumple:

$$\frac{S_x}{S_y} = \frac{x^2}{y^2}, \text{ calcula: } \frac{a_x}{a_y}$$

A) $\dfrac{x}{y}$ B) $\dfrac{y}{x}$ C) $\dfrac{y^2}{x^2}$

D) $\dfrac{2x-1}{2y-1}$ E) $\dfrac{1-2x}{2y-1}$

25. Calcula A . B si:

$$A = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{2}{3}\right)^4 + 3\left(\frac{2}{3}\right)^6 + 4\left(\frac{2}{3}\right)^8 + ...$$

$$B = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{2}{7^5} + \frac{1}{7^6} + ...$$

A) 0,5 B) 0,27 C) 0,25
D) 0,02 E) 0,05

Resolución de problemas

26. La suma de los cinco primeros términos de una PA creciente es –5 y la suma de sus cuadrados es 45. Halla a_2.

A) –4 B) –3 C) –2
D) –1 E) 7

27. Determina el término central de una progresión aritmética de 7 términos, sabiendo que la suma de los términos de lugar impar es 77 y los de lugar par 56.

A) 21 B) 15 C) 25
D) 19 E) 18

28. En un cuadrado cuyo lado mide **a** se unen los puntos medios de los cuatro lados y se forma otro nuevo cuadrado, cuyos puntos medios se unen también para formar un tercer cuadrado y así sucesivamente. Halla el límite de la suma de las áreas de todas las regiones cuadradas así formadas.

A) $2a^2$ B) $3a^2$ C) $\dfrac{4a^2}{3}$

D) $\dfrac{5a^2}{3}$ E) $4a^2$

29. Halla el número de términos de una progresión aritmética sabiendo que la suma de sus n términos no varía al aumentar en 1 la razón y al mismo tiempo disminuir en 30 su primer término.

A) 58 B) 60 C) 61
D) 64 E) 71

30. En una PG de un número par de términos (positivos), de razón x^2, se cumple $S_p \cdot S_i = M^2$.
S_p: suma de términos de lugar par.
S_i: suma de términos de lugar impar.
Halla la suma de todos los términos ($M; x \in \mathbb{R}^+$).

A) $M\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$ B) $M\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$ C) $M(x+1)$

D) $M(x-1)$ E) $M(1-x)$

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	6. B	11. C	16. B	21. C	26. B
2.	7. E	12.	17. C	22.	27. D
3. C	8. E	13. D	18. B	23. D	28. A
4. D	9. C	14. B	19. C	24. D	29. C
5. D	10. D	15. C	20. C	25. B	30. A

MARATÓN Matemática

Dibuja la gráfica de la función definida por:
$f(x) = |x - 1| + |x - 3|$

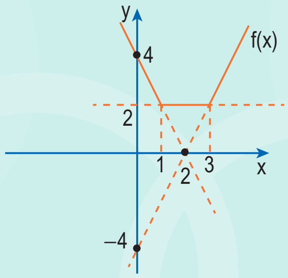
Resolución:

Recuerda: $|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x > 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$

- Para eliminar los valores absolutos restringimos por tramos:

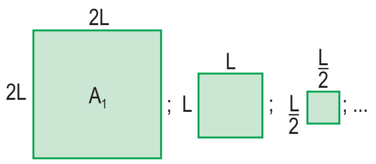
$x < 1 \Rightarrow f(x) = 1 - x + (3 - x) = 4 - 2x$
$1 \leq x < 3 \Rightarrow f(x) = x - 1 + 3 - x = 2$ (función constante)
$3 \leq x \Rightarrow f(x) = x - 1 + x - 3 = 2x - 4$

- Graficamos:





1. De la siguiente sucesión:



Determina:
A) $A_{10} =$ B) $A_{20} =$
C) $S = \sum_{n=1}^{10} A_n =$ D) $A_1 + A_2 + A_3 + ... =$

2. Sea: a; b; c; α; β; ϕ una PA.

Determina: $\frac{\beta - b}{\alpha - c}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

3. Determina el dominio de $f(x) = \sqrt{x(x-3)}$

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R}^+$ C) $[3; +\infty\rangle$
D) $\mathbb{R} - \langle 0; 3\rangle$ E) $\langle -2, 0\rangle$

4. Determina: $f(2) + f(-2)$

$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$

A) 0 B) 6 C) 8
D) 4 E) 2

5. Determina el dominio de $f(x) = \log_{x-2}(6 - x)$

A) $\langle 3; 6\rangle$ B) $\langle 2; 6\rangle$ C) $\langle 2; 6\rangle - \{3\}$
D) 3 E) $\langle 0; 3\rangle$

6. Determina el valor de x en:

$\log_{(x-2)}(x + 10) = 2$

A) ± 1 B) 1 C) 6
D) 4 E) –1

7. Determina el rango de $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 15}$

A) $[3; +\infty\rangle$ B) $\langle 3; +\infty\rangle$ C) $[\sqrt{6}; 8]$
D) $[\sqrt{6}; +\infty\rangle$ E) $\mathbb{R}$

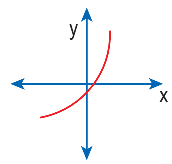
8. Determina el valor de b si H es una función.

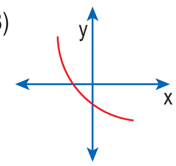
$H = \{(3; b - 2); (2; 5); (3; 7); (1; 3)\}$

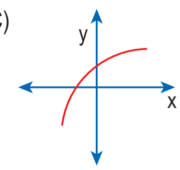
A) 2 B) 7 C) 5
D) 1 E) 9

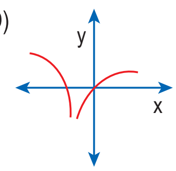
9. Cuál es la gráfica de la siguiente función:

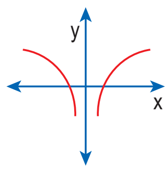
$f(x) = \log(|x| + 1)$

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

10. Determina el conjunto solución de:

$|x + 2| - |x - 1| = x + 1$

A) –4 B) {–4; 2} C) {1; 0}
D) {–4; 0, 2} E) {–1; 0}

11. Si $x \in \langle 0; 5]$ halla el intervalo de variación de $y = \frac{6 - x}{x + 1}$

A) $\langle -5; 6\rangle$ B) $\langle 1/6; 5\rangle$ C) $\langle 1/6; 6\rangle$
D) $\mathbb{R}$ E) $\langle 0; +\infty\rangle$

RAZONA:

Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, ni en cada columna, ni en cada cuadrado.

1.

3	8				9			2
	1	5	3				6	9
		9			8	4		
2		7					8	
	9			8			2	
	6					7		4
		8	4			6		
6	7			9	3		1	
1			8				4	3

2.

			5	3	7	9		
	1	7			8		2	
9							4	
5	8			6				4
4			8	5	3			1
2				1			6	8
	4							2
	9		2			1	5	
		2	3	8	5			

3.

					2		4	
8			5	1				
		4	9		6	7		
1		2		6		5	8	
	4		1		5			
	5	6		4		3		7
		1	4		7	8		
				5	3			9
	9		8					

4.

3	2		8					4
		9	6	4				1
				9			6	
			5		7		9	2
	5	7				4	8	
2	9		4		6			
	4			5				
8				6	3	5		
5					4		2	7

5.

5			9	1		6		8
8	2							3
6	9	7	2					
				4		1		9
	7		1	3	5			
2		4		7				
					1	9	5	4
1							8	6
4		9		2	8			7

6.

9				8				7
	2		3		5		9	
		4		1		5		
	7	9		3		2	4	
			6	2	1			
	1	2		9		6	3	
		8		5		7		
	5		4		3		8	
1				7				2

7.

			9		5			
	8						3	
9			8	7	2			4
	6	3				4	5	
8	9		6	4	1		2	7
	2	4				9	8	
2			1	9	3			5
	5						1	
			5		4			

8.

4			2			6		3
	6				3		9	
9		8	1			4		
	4					2		6
				6				
1		6					8	
		9			4	1		8
	1		8				7	
3		5			1			2

RESPUESTAS:

1.

3	8	6	1	4	9	5	7	2
4	1	5	3	2	7	8	6	9
7	2	9	6	5	8	4	3	1
2	4	7	9	6	1	3	8	5
5	9	3	7	8	4	1	2	6
8	6	1	2	3	5	7	9	4
9	3	8	4	1	2	6	5	7
6	7	4	5	9	3	2	1	8
1	5	2	8	7	6	9	4	3

2.

8	2	4	5	3	7	9	1	6
6	1	7	4	9	8	3	2	5
9	5	3	6	2	1	8	4	7
5	8	1	9	6	2	7	3	4
4	7	6	8	5	3	2	9	1
2	3	9	7	1	4	5	6	8
3	4	5	1	7	9	6	8	2
7	9	8	2	4	6	1	5	3
1	6	2	3	8	5	4	7	9

3.

6	1	5	3	7	2	9	4	8
8	7	9	5	1	4	2	6	3
3	2	4	9	8	6	7	5	1
1	3	2	7	6	9	5	8	4
7	4	8	1	3	5	6	9	2
9	5	6	2	4	8	3	1	7
2	6	1	4	9	7	8	3	5
4	8	7	6	5	3	1	2	9
5	9	3	8	2	1	4	7	6

4.

3	2	6	8	7	1	9	5	4
7	8	9	6	4	5	2	3	1
4	1	5	3	9	2	7	6	8
1	3	4	5	8	7	6	9	2
6	5	7	1	2	9	4	8	3
2	9	8	4	3	6	1	7	5
9	4	2	7	5	8	3	1	6
8	7	1	2	6	3	5	4	9
5	6	3	9	1	4	8	2	7

5.

5	4	3	9	1	7	6	2	8
8	2	1	4	5	6	7	9	3
6	9	7	2	8	3	5	4	1
3	5	6	8	4	2	1	7	9
9	7	8	1	3	5	4	6	2
2	1	4	6	7	9	8	3	5
7	8	2	3	6	1	9	5	4
1	3	5	7	9	4	2	8	6
4	6	9	5	2	8	3	1	7

6.

9	3	5	2	8	6	4	1	7
7	2	1	3	4	5	8	9	6
8	6	4	9	1	7	5	2	3
6	7	9	5	3	8	2	4	1
4	8	3	6	2	1	9	7	5
5	1	2	7	9	4	6	3	8
3	9	8	1	5	2	7	6	4
2	5	7	4	6	3	1	8	9
1	4	6	8	7	9	3	5	2

7.

6	4	2	9	3	5	1	7	8
5	8	7	4	1	6	2	3	9
9	3	1	8	7	2	5	6	4
7	6	3	2	8	9	4	5	1
8	9	5	6	4	1	3	2	7
1	2	4	3	5	7	9	8	6
2	7	6	1	9	3	8	4	5
4	5	9	7	2	8	6	1	3
3	1	8	5	6	4	7	9	2

8.

4	7	1	2	8	9	6	5	3
5	6	2	7	4	3	8	9	1
9	3	8	1	5	6	4	2	7
8	4	7	9	1	5	2	3	6
2	5	3	4	6	8	7	1	9
1	9	6	3	2	7	5	8	4
7	2	9	5	3	4	1	6	8
6	1	4	8	9	2	3	7	5
3	8	5	6	7	1	9	4	2